# أساليب البرهان الرياضي والمنطق في مقررات الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء

الاستلام: 2021/ينايـر/2021 التحكيم: 28/ينايـر/2021 القبــول: 29/مارس/2021 د. فوزي عبد الله خالد قاسم الحداد

© 2021 University of Science and Technology, Yemen. This article can be distributed under the terms of the Creative Commons AttributionLicense, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited.

© 2021 جامعة العلوم والتكنولوجيا، اليمن. يمكن إعاده الستخدام الماده المنشورة حسب رخصة مؤسسة المشاع الإبداعي شريطة الاستشهاد بالمؤلف والمجلة.

أستاذ مساعد، كلية التربية والآداب والعلوم خولان، جامعة صنعاء، اليمن

<sup>\*</sup>عنوان الراسلة: fawzi1733333@gamil.com

## أساليب البرهان الرياضي والمنطق في مقررات الرياضيات في كلية التربية بحامعة صنعاء

### الملخص؛

يهدف البحث الحالي إلى التعرف على مدى تحقق أساليب البرهان الرياضي والمنطق في مقررات الرياضيات للطلبة المعلمين بجامعة صنعاء، وقد تم استخدام المنهج الوصفي التحليلي، وبناء الأدوات الآتية وهي: قوائم تحليل المحتوى الرباضي وفقاً لأساليب البرهان الرياضي والمنطق، واستبانة للتحقق من صدق قوائم التحليل، وخضعت الأدوات لحكم الخبراء على صدقها، وللثبات بطريقة التطبيق وإعادة التطبيق، ومحك خارجي، بنسبة اتفاق (98.1 %)، (85.82 %). وتم تطبيق الأدوات على عينة من مقررات الرياضيات للطلبة المعلمين، وشملت محتوى مقرر: التحليل الرياضي، والتحليل الحقيقي، والجبر المجرد (1)، (2). وخلص البحث إلى أن أعلى طرق البرهان التي تضمنتها المقررات الرياضية ككل، هي طريقة البرهان بالاستنتاج والتعدي، بنسبة (65.86 %) من المجموع الكلي، تليها طريقة البرهان بالاستقراء الرياضي بالاستراق المناقد العكسي، كما بلغ مجموع أوزان أسلوب البرهان المباشر (9.61 %)، وخلل المحتوى من طرق المبرهان التقويمي الناقد العكسي، كما بلغ مجموع أوزان أسلوب البرهان المباشر (17.07 %)، في حين خلا المحتوى من أسلوب البرهان التقويمي مجموع أوزان أسلوب البرهان غير المباشر (17.07 %)، في حين خلا المحتوى من أسلوب البرهان التقويمي الناقد العكسي، وكذلك وجود فروق دالة إحصائيا عند مستوى الدلالة (0.01)، بين أوزان أساليب البرهان الرياضية الحالية، والأوزان التي ينبغي أن تتضمنها. المرياضية الحالية، والأوزان التي ينبغي أن تتضمنها.

الكلمات المفتاحية: أساليب البرهان الرياضي، التربية، المقررات.

### Methods of Mathematical Proof and Logic in Mathematics Courses at the Faculty of Education – Sana'a University

#### **Abstract:**

This study aimed to identify the extent to which mathematical proof and logic methods are achieved in mathematics courses for student-teachers at the University of Sana'a. To achieve this objective, the descriptive and analytical method was used. Checklists for analyzing mathematical content according to methods of mathematical proof and logic were developed, and a questionnaire was used to verify the validity of the checklists. The tools were validated by a jury of experts, and the degree of agreement was (98.1%) (85.82%). The tools were applied to a sample of mathematics courses, including mathematical analysis, real analysis and abstract algebra (1), (2). The findings revealed that the most frequent proof methods found in mathematical courses were proof by deduction and transgression (65.86%) of the total methods, followed by proof by mathematical induction (11.75%). and the least frequent was proof by contradiction (9.61%). The courses did not include method of evaluative, critical and reversed proof. The direct method of proof was (82.93%), whereas the occurrence of the indirect proof method was (17.07%). The course content also did not include method of evaluative, critical and reversed proof, and there were statistically significant differences at (0.01), between the weights of the methods of mathematical proof and logic, which were included in the current courses, and the weights that should be included.

Keywords: mathematical proof methods, education, courses.

### المقدمة:

يعد المعلم الركن الأساس للعملية التعليمية، وتعد الرياضيات الباب الرئيس لتنمية التفكير، وتعد أساليب البرهان الرياضي المفتاح الأسساس لتعليم وتعلم الرياضيات. فالمعلم المؤهل الفعال بمثل أهم عناصر نجاح تعليم التفكير المرغوب فيه (سـعادهُ، 2006)؛ لذا فإن تطوير التعليم يتطلب تطوير برامج إعداد الطلبة المعلمسين بكليسة التربية، ويعد المحتوى من المتطلبات المهمة لتطوير برامج إعداد المعلم (سسليم، 2005). فالمعرفة الرياضية المتمثلة بالمفاهيم والتعميمات والقوانين والنظريات، ربما تنمى مهارات الإبداء في دارس الرياضيات؛ نظرا لطبيعة المادة الرياضية، التي تعتمد على البناء الاســـتدلالي والاســـتقرائي وأســـاليب التفكير والبرهان المنطقي (أبو عميرة، 2002).

ويعد البرهان الرياضي من أهم المفاهيم الرياضية، ويحتل المرتبة الأولى في تشكيل البنية الرياضية، ويمثل دورا أساسيا في عمل المعلم، فالعبارات المبرهنة، سواء قوانين أو تعميمات أو نظريات أو مسائل، أوحل مشكلات، تأخــذ جزءا كبيرا من المقررات الرياضية. ويهدف البرهــان إلى التوصل إلى حقائق ونظريات ثابتة بأسلوب منطقي تتابعي، ومن هذه الأساليب التي يعتمد عليها عند بناء المنهاج الرياضي الاستقراء والاســتنتاج والمنطــق. فالبرهان طريقة للبحث عن مصادر اليقين، بهــدف الوصول إلى معارف يقينية من مقدمات يقينية معطاه.

ويؤكد بل (1987)، عبيد، والمفتى، وايليا (2000) والسعيد وعبدالحميد (2010) على أن البرهان الرياضي يعد نوعا مهما من طرق حل المشكلات، فالرياضيات تعد من العلـوم التي تمثل جزءا من حياتنا اليومية، ويؤكد ذلك ما قاله العالم الرياضي الألماني Leibniz: إن كل شيء في هذا العالم الفسيح يحدث رياضيا، فقد غزت الرياضيات فروع العلوم الأخرى المختلفة، وأصبحت تشـكل إحدى مقوماتها الأساسية، كما أنها تشكل ضرورة لحياة الانسان اليومية ممّا صبغ حياة العصر بصبغة هي في صميمها رياضية (الحداد، .(2009

وقد حظي تقويم وإعداد وتأهيل معلم الرياضيات، وأساليب ومهارات البرهان الرياضي، باهتمام المؤتمرات والدراســات السابقة، فعلى ســبيل المثال: المؤتمر العلمي الخامس حول التغيرات العالمية والتربوية وتعليم الرياضيات، من 20–21 يوليو، جامعة بنها (بيومي، 2005؛ سليم؛ 2005؛ سليد، 2005؛ محمود، 2005)، والمؤتمر العلمي الحادي عشــر حول واقع تعليم وتعلم الرياضيات: مشــكلات وحلول ورؤى مســتقبلية، فيُ الفتـرة 19-20 يوليـو، جامعة عين شمس (سـعيد، عبدالحميـد، والشـلهوب، 2011؛ ميخائيل، 2011)، ودراســات كل من Almeida (2003)، Stenger (2000)، البنا (2007)، ســليم (2005)، الســيد ورفعت (2007)، صالح (2008)، عبد الحكيم (2005)، متولى (2006)، محمد (2000)، ومحمد (2003).

ومن خلال خبرة الباحث في تدريس بعض المقررات، بأن الطلبة يعتمدون على حفظ المعلومات في المقررات الدراسية، فالمقررات الرياضية في التعليم الجامعي، قد تعانى من أوجه القصور في تركيزها على أساليب البرهان والمنطق، وتكون معدة مسبقا (أو الرجوع لكتب أخسري أعدت مسبقا)، دون النظر إلى تجدد وتغير احتياجات الطلبــة والمجتمع، كما أن المقررات لا ترتبط بواقع حياتهم اليومية وبعيده عن ميولهم وأنشطتهم العقلية. وعلى الرغم من أهمية المقررات الرياضية، وتنمية أساليب البرهان الرياضي والمنطق لدى الطلبة المعلمين للرياضيات، للقيام بدورهم لاكساب طلابهم أساليب التفكير المختلفة، فإنه يوجد قصـورية هـذا الجانب؛ لذا هدف البحث الحالي إلى تقويم المقـررات الرياضية للطلبة المعلمين، في ضوء أســاليب البرهان الرياضي والمنطق؛ للتعرف على جوانب القــوة والضعف في المقررات الرياضية في تنمية أساليب البرهان الرياضي والمنطق لدى الطلبة المعلمين.

## الإطار النظرى:

### أساليب البرهان الرياضي والمنطق:

بتتبع الأدب السابق، خاصة الدراسات السابقة، والكتب في التربويات والتفكير ذات العلاقة بالبرهان الرياضي ومهاراته، والأدوات التي قامت عليها، بعض هذه الدراسات والتي هدفت إلى تحديد أساليب أو الرياضي ومهاراته، والأدوات التي قامت عليها، بعض هذه الدراسات والتي هدفت إلى تحديد أساليب البرهان المبرهان الرياضي من دراسة إلى أخرى، وهذا الاختلاف لا يعد اختلافا جوهريا، وإنما هو اختلاف في التصنيف الرياضي من دراساة إلى أخرى، وهذا الاختلاف لا يعد اختلافا جوهريا، وإنما هو اختلاف في التصنيف والمتنظيم، لأساليب البرهان والمنطق وطرائقها. ويتفق الباحث في تقسيم بعض فئات البرهان الرياضي الرئيسة مع بعض تصنيفات الدراسات السابقة مثل دراسة محمد (2000)، دراسة محمد (2003)، دراسة الرئيسة أو الثانوية. وقد تعددت مفاهيم البرهان الرياضي من قبل الباحثين والتربويين، أهمها الآتي:

- عرف بأنه الدليل أو النسق أو الحجة لبيان أن صحة عبارة ما تنبع من صحة عبارة سابقة لها (إبراهيم، 2009؛ عبيد، 2009؛ مينا، 2006).
- سلسلة أو عبارات متتابعة من الجمل الخبرية والمرتبطة بالصدق للقضية، هادفة منظمة من تتابع واحد أو أكثر من الاستنتاجات، تبدأ بمقدمات مقبولة رياضيا (معترف بصحتها)، وتنتهي بالنتيجة المطلوبة، وكل تتابع من هذه المتتابعات يتكون من عده جمل رياضية تشتق كل منها من سابقتها، وكل جملة من هذه الجمل لها تبرير مقبول منطقيا رياضيا (إبراهيم، 2009؛ محمد، 2003؛ محمد، 2005).
- نظام متكامل (أو بناء) متتابع متناسق من الاستنتاجات يمكن بواسطته استنتاج صحة القضية موضوع الإثبات من المسلمات والقضايا الأخرى التي سبق أثباتها (إبراهيم، 2009؛ السعيد وعبدالحميد، 2010؛ ووالر، 2008).
- تسلسل لتقارير في تقدم وتوال، هذا التسلسل يحقق بعض المبادئ المنطقية التي تعتبر صحيحة وهذه المبادئ المنطقية تعبر عن طريق استخدامها لروابط منطقية مثل: و( $\wedge$ )، أو ( $\vee$ )، الشرط إذا كان ... فإن ( $\Rightarrow$ )، الشرط الثنائي "إذا وفقط إذا" ( $\Rightarrow$ )، التكافؤ ( $\equiv$ )، النفي ( $^\sim$ )، ... الخ (بوليا، 1968؛ سيد، 2005؛ عبد الحكيم، 2005).
- استخدام أنماط معينة من المناقشات (الحجج) لتكوين تقارير (جمل) مركبة من تقارير أخرى عن طريق استخدام العمليات المنطقية حتى يمكن الوصول إلى نتائج سليمة (Jones, 2000) إبراهيم، 2009؛ والر، 2008). وتتعدد أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، وفيما يأتي توضيح لذلك:

#### 1. البرهان المباشر:

عرف بأنه الدليل أو الحجة لبيان أن صحة عبارة ما تنبع من صحة عبارات سابقة لها، أو سلسلة من العبارات لبيان صحة نتيجة ما عن طريق الاستدلال والمنطق وتقديم الدليل استنادا إلى نظرية أو مسلمة سابقة. أو بمعنى آخر هو عبارة عن معالجة لفظية أو رمزية تتمثل في تتبع من العبارات تستنبط كل منها عن سابقتها استنادا إلى شواهد معترف بصحتها استنادا إلى أساليب يقرها المنطق المنطق (إبراهيم، 2007؛ أبو جادو، 2004؛ أبو ستة، 2011؛ الأعسر، 2007؛ بون، 2007؛ الحداد، 2009؛ البراهيم، 2006؛ مسيعادة، 2006؛ مسيعادة، 2006؛ محمد، 2006؛ محمد، 2006؛ محمد، 2006؛ محمد، 2006؛ موزلي، 2008؛ مينا، 2006؛ مينا، 2006؛ ويعرفه الباحث بأنه: أسلوب التفكير أو هو قدرتك العقلية التي تمكنك من تقديم الدليل أو الحجة لبيان صحة عبارة تنتج من صحة عبارات سابقة لها عن طريق الاستدلال أو المنطق استنادا إلى مسلمة أو نظرية سابقة تمت البرهنة عليها. بمعني آخر هو عبارة عن معالجة لفظية أو رمزية تتمثل في تتابع من العبارات تستنبط كل منها من سابقاتها استنادا إلى أساليب يقرها المنطق.

د. فوزي عبد الله خالد قاسم الحداد المجلد السابع والعشرون العدد (1)، مارس 2021م

والبرهان المباشــر يبدأ بالمعطيات وصولا إلى المطلوب، باستخدام المنطق والبنية الرياضية. ويعد المنطق، أداهٔ مهمــة مــن أدوات التوصــل إلى البرهان المنطقي ومنها: العبارهٔ الشــرطية (n﴿−أ)، حيث تســمي (أ) المعطي، (n) النتيجـــة، فــإذا كانــت (n-﴿ f) صائبة وكانــت (f) صائبة فإن (n) صائبــة، كذلك إذا كانت  $(f \rightarrow d)$  صائبة، و $(n \rightarrow d)$  صائبة، فإن  $(f \rightarrow d)$  صائبة.

أمثلة: برهن أن مجموعة كل الجذور للمعادلة:  $0 = 1 - X^4$ ، مع عملية الضرب تكون زمره. ثم أوجد رتبة الزمرة.

أهم طرق البرهان المباشر، الآتي:

أ. طريقة برهان النفي (قانون الوضع والرفع):

الأساس المنطقى لها، الآتى:

إذا كان  $(A \rightarrow B)$  عبارة صائبة، و $(A \rightarrow B)$  عبارة صائبة، فإن  $(A \rightarrow B)$  عبارة صائبة، ويعبر عنها رياضيا كالآتي: (△→)(√B) ^ (√B). في طريقة برهان النفي، يقدم المحتوى الرياضي أو الإجابة عن السؤال، من المعطى إلى المطلوب، ولكنها لا تحقق الشروط كاملة للوصول إلى المطلوب؛ لذا تكون الإجابة بالنفي. ويمكن استخدام هذه الطريقة عند البرهان على المسائل أو التمارين الرياضية.

 $f(x) = x^2 \cdots x \prec 1 \cdots or \cdots f(x) = -x + 5 \cdots x \geq 1$ ، معرفة بالقاعده بالقاعده أن الدالة أن الدالة

أوجد إذا أمكن قيمة، (C) الناتجة من نظرية القيمة المتوسطة على الفترة [1,1].

ب. طريقة برهان نظرية الاستنتاج والتعدي:

تعتمــد على تتابع الاســتنتاج، فإذا اســتنتجنا من معطى مـا، وليكن (m)، ومن مجموعــة من العبارات أن (r)، فإنه يمكن استنتاج أن ( $m \rightarrow r$ )، والتعبير الرياضي كالآتي:  $K_1, K_2, \ldots, K_n$ 

$$[(m^k_1^k_2^k_2^k_3^k_3) \rightarrow r] \rightarrow [(k_1^k_2^k_3^k_3^k_3) \rightarrow (m \rightarrow r)]$$

#### أمثلة:

\* اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات فيما يأتى:

- النظام الرياضي الذي بمثل حلقة غير إبداليه هو:

a. (R, +, \*) b.. $(Z_{12}, +12, 0.12)$  c. (M2\*2(z, \*, +))

- إذا كان في الفضاء الشعاعى V قاعده، n شعاعا، فإن قياس(V):

a. n-2b. n-1 c. n+1

ج. البرهان باستنقاذ جميع الحالات والاستبعاد:

إذا كانت كل المعطيات، تؤدي إلى نتيجة صائبة، فإن التركيب المنطقي لها تؤدي إلى نفس النتيجة. أو استبعاد جميع الحالات، ماعدا واحدهٰ، تكون المطلوب. والتعبير الرياضي، لها:

$$\pmb{ [(A_1 {\rightarrow} B) {\wedge} (A_2 {\rightarrow} B) {\wedge} ... {\wedge} (A_n {\rightarrow} B)] {\rightarrow} \pmb{ [(A {\vee} A_2 {\vee} \ VA_n) {\rightarrow} B]} }$$

مثال: برهن أنه إذا كان N عددا أوليا، فإن N+7، يكون عددا غير أولى.

البرهان: الأعداد الأولية توجد على هيئة حالتين: الحالة الأولى: عدد أولى زوجي. وفيها يوجد عدد N + 7 = 2 + 7 = 9 أولى زوجي واحد فقط هو N = 2، إذا: عدد غير أولى P = 2 + 7 = 9

الحالــة الثانية: عدد أولى فــردي، إذ (N)، عدد فردي، فإن: (N+7)، زوجــي (مجموع عددان فرديان، عــدد زوجــي)، والعدد الزوجي (>2-N+7)؛ لذا (N+7)، عدد غــير أولي. إذا كان (N) عددا أوليا، فإن: (N+7)، غير أو لي.

د. البرهان باستخدام الاستقراء الرياضي:

الأساسي المنطقي: إذا كانZ+ الأساسي المنطقي: إذا كان

$$(1): 1 \in m$$

$$(2): r \in m \Rightarrow r + 1 \in m \rightarrow m = Z +$$

يتحقى البرهان، وفقا لخطوتين: عندما (n=1)، فإن العبارة (f(1))، صائبة. إذا فرضنا أن العبارة (f(r)) صائبة من أجل (n=r)، فإنه يؤدى إلى أن العبارة: صائبة أيضا. (r+1) أي (r+1) أي (n=r)).

مثال (1)؛ أثبت صحة العبارة الآتية؛ لكل عدد صحيح موجب  $(n \ge 4)$ ، يكون  $(N \ge 2N)$ .

2. البرهان غير المباشر، وطرقه:

يتحقق وفقا لخطوات عكسية للبرهان المباشر، فهو لا يسير من المعطى إلى المطلوب مباشرة، وإنما يقوم على أساس إعطاء مثال مضاد للمعطى، أو استخدام إثبات عبارة مكافئة لها، أو فرض عكس المطلوب، ثم التوصل من خلاله إلى عبارة معاكسة للمعطى، فالطريقة له تتجاوز استخدام المعطيات إلى استخدام المعلوب، أو استخدام عبارة مكافئة لمطلوب البرهان عليها (& Stylianides, Stylianides, &) نفي المطلوب، أو استخدام عبارة مكافئة لمطلوب البرهان عليها (\$1968 بروان، 1999؛ الحداد، 2009؛ صالح، \$2009 عبد الحكيم، 2005؛ عبيد، 2009؛ متولى، 2006)، وأهم طرقه الآتى:

#### أ. البرهان بالمثال المضاد:

تعتمد طريقته على إعطاء مثال لا يحقق العبارة أو التعميم رياضيا للمطلوب، فإذا أردنا نفي خاصية معينة يكفي أن تكون غير محققة في حالة واحدة، ولو تحققت في جميع الحالات الأخرى. والمثال الآتي يعد توضيحا للطريقة: برهن عدم صحة:  $f\left(y\right) dy \ge 0 \cdots \forall f\left(y\right) \dots y \in R$ 

البرهان: الستخدام البرهان بالمثال المضاد: نفرض أن:  $F(y) = -4y^3 + 2y$ ، فيكون

$$\int ((-4y^3 + 2y)dy = -y^4 + y^2 + C$$

فعندما (y=-3)، فإن:  $0 \le f(y)$  في أن أن أو وهذا يتناقض مع التعميم السابق، مما يبرهن خطأه.

ب. البرهان بالتناقض:

يعتمد البرهان على أساس فرض عكس المطلوب هو الصحيح، ثم يستخدم هذا الفرض والمعطى في السؤال للبرهان؛ للتوصل إلى تناقض يكون سببه الافتراض، بأن عكس المطلوب صحيح، وبناء عليه يكون المطلوب المحيح. فعندما يطلب البرهان أن  $(A \rightarrow B)$  صائبة، بفرض أن: العبارة  $(A \rightarrow B)$  خطأ؛ أي أن نفيها صائب ثم نثبت أن نفيها يؤدي إلى تناقض مع المعطيات أو مع إحدى حقائق النظام الرياضي، ومبدأ التناقض مرفوض منطقيا، نستنتج  $(A \rightarrow B)$  خطأ، وبالتالي عكس الفرض صحيح.

ج. البرهان بالمعاكس الإيجابي (معكوس النقيض):

لتكن (A)، (B)، عبارتان، وكان نفي العبارة (B) يؤدي إلى نفي العبارة (A)؛ بمعنى آخر الخبارة (A)، فإن (A $(A \rightarrow B)$ ؛ بمعنى آخر إذا كان (A $(A \rightarrow B)$ )، عبارة صائبة منطقيا فإن العبارة المكافئة لها (A) $(A \rightarrow B)$ ، صائبة منطقيا، والعكس صحيح. والأساس الرياضي لها  $(A \rightarrow B)$  ( $(A \rightarrow B)$ ):

مثال: برهن أنه إذا كان  $(N^2)$ ، عددا زوجيا، فإن N تكون عددا زوجيا.

3. البرهان التقويمي الناقد العكسي أو التمثيلي المتشعب:

ويتحقق من خلال إحدى الطرق الآتية:

أ. الطريقة العكسية، من النهاية إلى البداية:

إعادة حل المثال أو المسألة أو تقويم الحل بطريقة عكسية من النهاية إلى البداية. فإذا كانت خطوات البرهان المباشر وغير المباشر تسير من اليسار إلى اليمين، فإن البرهان التقويمي الناقد العكسي المتشعب يسير من اليمين إلى اليمين إلى اليمين إلى اليسار أو العكس (من آخر خطوة للبرهان إلى بداية أول خطوة واستنتاج المسألة أو التمرين الأصل، أو استنتاج مسائل مشابهة).

ب. استبدال المتغير أو الثابت باسم الطالب أو جرم سماوي أو آخر:

استبدال المتغيرة المسألة أو التمرين أو المشكلة الرياضية باسم الطالب ثم الحل (أو استبدال إحدى الثوابت باسم الطالب، أو بعنصر كيميائي أو جرم سماوي، أو آخر) باعتبار اسم الطالب المجهول في المشألة. حيث اتضح من خبرة الباحث أن التمثيل باسم الطلبة يعطيهم شعورا وإحساسا بأن الرياضيات جزء منهم أو من حياتهم، وتنمي لديهم الاتجاهات وتعطيهم حافزا لتنمية التفكير، وتمثيل غير المألوف بالمألهف.

ج. طريقة البرهان بالتوافق بين فكره البرهان لعدد من المسائل، أو تطبيق مجالات أخرى:

البرهان لمسائل ومشكلات وفقا لتوافق الفكرة النيرة للحل أو البرهان، وتوجيه الطلبة بتطبيق موضوعات في مقررات رياضية أخرى على الموضوع الحالي، ومن ثم الحكم التقويمي على إمكانية التطبيق. مثل: تطبيق التفاضل أو المشتقة للدوال على موضوعات في الجبر الخطي للمصفوفات أو للفضاءات الإشعاعية أو في التحليل الرياضي والحقيقي أو في الجبر المجرد.

مثال: إذا كان لدينا الأسئلة الأتية:

(1). 
$$\int \sec_{\chi}^{2} \tan \chi \, d\chi$$
, (2).  $\int \frac{d\chi}{\sqrt[\eta]{\chi}}$ , (3).  $\int \frac{(\chi^{2}+1)(\chi^{2}-2)}{\sqrt[3]{\chi^{2}}} d\chi$   
(4).  $\int \frac{1}{\sin \frac{\chi}{a}} d\chi$ , (5).  $\int \frac{1}{\sin \chi \cos \chi} d\chi$ , (6).  $\int \frac{\cos a\chi}{\sin^{5} a \chi} d\chi$ 

	رقــــــــم الســــــــــــــــــــــــــــــــــــ											1 524 - 3 - 3			
15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	نموذج الفكرة
														نموذج (1) للفكرة الحل	
															نموذج (2) للفكرة الحل
															نموذج (3) للفكرة الحل

المطلوب: صنف الأسئلة السابقة (6:1)، تبعا لفكرة البرهان: ضع إشارة  $(\checkmark)$  أمام النموذج لعمود فكرة البرهان.

## الدراسات السابقة:

ي ضوء تحليل بعض الدراسات السابقة، تبين ندرة الدراسات التي ترتبط بموضوع البحث الحالي ارتباطا مباشرا (في حدود علم الباحث)، ولكن هناك جوانب اتفاق واختلاف بين البحث الحالي وبعض الدراسات السابقة؛ لذا كانت الاستفادة من هذه الدراسات في معظمها استفادة من منظور منهجي رأسي أو أفقي، انعكس الاهتمام بالبرهان الرياضية لدى معلمي الرياضيات على اهتمام العديد من الدراسات السابقة مثل دراسة Lin (2000)، الحداد (2009)، الحداد (2009)،

صالح (2008)، متولي (2006)، محمد (2000)، محمد (2000)، حيث انصب بعض اهتمام تلك الدراسات على التعرف لمدى توافر مهارات البرهان الرياضي أو اقتراح برنامج أو استراتيجيات لتنمية تلك المهارات سواء لدى المعلمين في أثناء الخدمة أو لدى الطلبة المعلمين للرياضيات الذين يتم إعدادهم بكليات التربية للقيام بمهمة تدريس الرياضيات بعد ذلك.

وقد تباينت أهداف بعض الدراسات السابقة ذات العلاقة بالبرهان الرياضي، وكيفية معالجتها للموضوع، ولكنها اتفقت جميعها حول أهمية البرهان الرياضي وضرورة توافر مهاراته وطرقه لدى المتعلمين في مراحل التعليم المختلفة، وأكدت على أن إكساب الطلبة أساليب البرهان المنطقي وتعليمهم لطرق أو مهارات البرهان تنمي لديهم القدرة على حل المشكلات واتخاذ القرارات وحل المسائل اللفظية وغير اللفظية؛ مما يفرض على واضعي المناهج والأسئلة التقويمية تضمين أسئلة شاملة لأساليب التفكير الرياضي وطرائقها.

وقد تبين من دراسات سابقة، أنها اهتمت بالتقويم المقرر أو المنهج أو الاختبار، أو بناء برنامج، في مختلف المراحل التعليمية، فالبعض منها اتبعت المنهج التجريبي، مثل دراسة محمد (2000)، متولي (2000)، المراحل التعليمية، فالبعض منها اتبعت المنهج التجريبي، مثل دراسة المنصوري (2020)، سيد (2005)، محمد (2003)، صالح (2008)، وأخرى اتبعت المنهج الوصفي، فإن الأداة المستخدمة وعلى الرغم من اتفاق البحث الحالي مع الدراسات التي اتبعت المنهج الوصفي، فإن الأداة المستخدمة تختلف اختلافا كليا، فكانت الأداة لبعض هذه الدراسات استبانة الاستطلاع الرأي، في حين أن الأداة في البحت الحالي هي ملاحظة تحليل في ضوء قائمة وأسس لتحليل المحتوى، ومن هذه الدراسات، دراسة البحت الحالي هي ملاحظة تحليل في ضوء قائمة وأسس لتحليل المحتوى، ومن هذه الدراسات، دراسة (2002)، البنا (2011)، البنا (2011)، بيومي (2001)، الجندي (2011)، ديان، كاظم، الديب، وأبو علام (1994)، سعيد وآخرون (2011)، عبيدة (2013). فخرو، المالكي، والأكرف (2013)، متولي، المطحاوي، وقسطانيان (2007)، ودراسة معتوق (2013).

وقد أسفرت نتائج معظم هذه الدراسات عن وجود قصور في المحتوى لتحقيق معايير التقويم المتبعة، وأن (المجموعة التجريبية أفضل؛ أي وجود فروق دالة إحصائيا؛ أي أن المجموعة الضابطة تدرس المحتوى أو الطريقة بما هو عليه الواقع، نفس حالة الواقع لمقررات الرياضيات لعينة البحث الحالي)، وكل بحسب دراسته.

وتأتي أوجه الاتفاق بين البحث الحالي والدراسات السابقة من حيث الاهتمام بالعملية التقويمية للمقرر أو المحتوى العلمي، واستخدام بعض المعايير التقويمية. بينما اختلف البحث الحالي عن بعض الدراسات السابقة، فيما يتعلق بالمحتوى العلمي، والمرحلة التعليمية، وبعض المعايير التقويمية.

ومن الملاحظ على بعض الدراسات استخدام اختبار "أ" لدلالة الفروق الإحصائية مثل دراسة معتوق (2013)، رغم أن المقياس المستخدم في الدراسة اسمي، وليس فاصلا، وذلك بحسب ما تشير إليه كتب الإحصاء والبحث يستخدم مربع كاي لدلالة الفروق، عندما يكون المقياس اسميا، في حين يستخدم اختبار "أ" عندما يكون المقياس فاصلا.

وقد استفاد الباحث من الدراسات السابقة في بناء أدوات البحث، وتصنيف أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، والإجراءات، وعرض النتائج ومناقشتها، بالإضافة إلى إبراز أهمية البحث وتوصيف مشكلة البحث، وتحديد المصطلحات والأمثلة التطبيقية، والخلفية النظرية، ولكن الكتب ذات العلاقة بالتفكير والإبداع والتحليل للمحتوى، ..، كان لها الدور الأكبرفي اكتساب مهارات التفكير وتحليل المحتوى، وتحديد أوجه التباين في تصنيفات أساليب البرهان الرياضي ومهارته.

## مشكلة البحث؛

يُعد تنمية أساليب البرهان الرياضي والمنطق لدى الطلبة المعلمين من أهم الأهداف التربوية التي تسعى التربيسة إلى تحقيقها، فهي تعمل على تنمية التفكير وحل المشكلات، وعلى الرغم من أهمية هذا النوع من التفكير في العصر الحالي والإعداد للمستقبل؛ لمواجهة المشكلات التي تعترض الأفراد والشعوب، فإن المناهم والمقسررات التقليدية وطرائق تدريسها لم تُعد مؤهلة لتنمية التفكير والإبداع؛ حيث تبين من

نتائج العديد من الدراسات والبحوث مثل دراسة Glas (2002)، الرياشي والباز (2001)، سيف (2005)، عبدالغفار (2005)، متولى وآخرون (2007)، محمد (2000)، المنوفج (2002)، ودراســة واعر (2005) أن أداء الطلبة في مختلف المراحل التعليمية كان متدنيا في قدراتهم للتفكير، وتبين قصور المقررات التعليمية في تنمية التفكير والإبداء لدى الطلبة، حيث تُركز تلك المناهج وطرائق تدريسها على الحفظ والتلقين، والأسلوب التقليدي في التعليم، ولا تهتم بتنمية القدرات العقلية وأساليب التفكير لدى الطلبة، مما يؤدي إلى ملل الطلبة وجمود أفكارهم.

وتُعد مقررات الرياضيات مجالا خصبا لتنمية التفكيروالابداع لدى الطلبة؛ لما لها من تطبيقات متعددة في الكثير من المجالات العلمية والحياتية، وتعد أساليب البرهان والمنطق الأساس للبنية المعرفية الرياضية، ولكن يلاحظ وجود تدن في تحقيق الأهداف المتوخاة من عملية تعليم وتعلم المقررات الرياضية.

إن اكتســاب وتنمية أســاليب البرهــان الرياضي والمنطق، يُعــد هدفا مهما لتأهيل الطلبــة المعلمين للقيام بالتدريس الإبداعي في مدارس التعليم العام والجامعي، فهي تمكن الطلبة من اسـتخدام المعرفة والتعامل معها، وتنمي اتجاهاته العلمية وقدراته الإبداعية والبحثية اليقينية، وتعكس الصورة الصحيحة للرياضيات.

ومن خلال عرض الدراســات الســابقة وخبرة الباحث واطلاعه على بعض المقررات لكلية التربية شــعر بوجبود نقص وقصورية المقررات التعليمية وتضمينها لأسباليب البرهان الرياضي والمنطق لاعداد المعلم؛ بهــدف تنمية الإبــداء، وأن هناك ضرورهٔ لتقويم المقــررات الرياضية وفقا لأســاليب البرهان الرياضي والمنطق، وقد نبع الشـعور بمشـكلة البحث الحالي من خلال: تدريس الباحــث لبعض المقررات الرياضية للطلبة المعلمين في كلية التربية، وإشرافه في التربية العملية فقد أحس بوجود قصور في أداء الطلبة؛ مما أدى إلى الاحساس بوجود قصور في إعداد الطلبة المعلمين أكادبميا ومهنيا. ويؤكد ذلك محمود (2005)، فهو يشير إلى وجود قصور في مقررات إعداد المعلم، لأنها لا تهتم بما يدرس في مراحل التعليم العام، وليس لها علاقة بالمقررات الأخرى (رياضيات – أو غيرها)، ولا يتم عرضها بشكل رأسي أو أفقي، وأكد ذلك نتائج بعض الدراسات مثل دراسة غثيم (2012) التي أسفرت نتائجها عن عدم تحقق كتب الرياضيات في التعليم الأساسي، للمعايير الدولية لاختبار تمس؛ لذا فإن مشكلة البحث الحالي تتحدد في وجود قصور في المحتوى الرياضـــى للطالب المعلم للرياضيات بكليـــة التربية، وبالتالي وجود قصور في التحصيل الأكاديمي وتنمية التفكير لدى الطلبة المعلمين، الذي يعد هدفا أساســا في تعليم وتعلم الرياضيات؛ لذا تناول البحث الحالى هذه المشـكلة من خلال الســؤال الآتي:" ما مدى تحقيق مقررات الرياضيات الــتي تدرس للطلبة المعلمين بكلية التربية، لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها اللازم توافرها في المحتوى الرياضي لتنميتها لدى الطلبة المعلمين؟"

## أهداف البحث:

الهدف الرئيس للبحث هو التعرف على مدى تحقق أساليب البرهان الرياضي والمنطق في مقررات الرياضيات للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء، وقد تفرع عنه الأهداف الآتية:

- 1. التعــرف على أســاليب البرهــان الرياضي والمنطق وطرائقهــا، وأوزانها التي يتضمنهــا محتوي مقرر. التحليل الرياضي للمستوى الثالث للطلبة المعلمين في الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء.
- 2. التعرف على أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها وأوزانها التي يتضمنها محتوى مقرر التحليل الحقيقي للمستوى الثالث للطلبة المعلمين في الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء.
- 3. تحديــد أســاليب البرهان الرياضي والمنطــق وطرائقها، وأوزانها التي يتضمنهــا محتوى مقرر الجبر المجرد (1) للمستوى الرابع للطلبة المعلمين في الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء.
- 4. تحديــد أســاليب البرهان الرياضي والمنطــق وطرائقها، وأوزانها التي يتضمنهــا محتوى مقرر الجبر المجرد (2) للمستوى الرابع للطلبة المعلمين في الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء.

- 5. التعــرف على أســاليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، وأوزانهــا التي يتضمنها محتوى المقررات الرياضية ككل، للطلبة المعلمين في الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء.
- 6. التعرف على دلالة الفروق الإحصائية بين الأوزان النسبية لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقرر الرياضي، والأوزان النسبية التي تضمنها محتوى مقرر التحليل الرياضي الحالى الذي يدرس للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.
- 7. التعـرف على دلالة الفروق الإحصائية بين الأوزان النسـبية لأسـاليب البرهـان الرياضي والمنطق وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقرر الرياضي، والأوزان النسبية التي تضمنها محتوى مقرر التحليل الحقيقي الحالى الذي يدرس للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.
- 8. التعرف على دلالة الفروق الإحصائية بين الأوزان النسبية لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقرر الرياضي، والأوزان النسبية التي تضمنها محتوى مقرر الجبر المجرد (1) الحالى الذي يدرس للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.
- 9. التعرف على دلالة الفروق الإحصائية بين الأوزان النسبية لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقرر الرياضي، والأوزان النسبية التي تضمنها محتوى مقرر الجبر المجرد (2) الحالي الذي يدرس للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.
- 10. التعرف على دلالة الفروق الإحصائية بين الأوزان النسبية لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقررات الرياضية، والأوزان النسبية التي تضمنها محتوى المقررات الرياضية الحالية التي تدرس للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.

### فرضيات البحث:

من خلال الأدب السابق والدراسات السابقة، ومشكلة وأهداف البحث الحالي، تم صياغة واختبار تنبؤات الفرضيات الاحصائية الآتية:

الفرضية الرئيسة: "تحقق مقررات الرياضيات للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء أساليب البرهان الرياضي البرهان الرياضي؛ لإكسابها وتنميتها لدي الطلبة أثناء عملية التعليم والتعلم"، وينبثق منها الفرضيات الفرعية الآتية:

- 1. لا توجد فروق دالة إحصائيا بين أوزان أساليب البرهان الرياضي وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقرر الرياضي، والأوزان التي تضمنها محتوى مقرر التحليل الرياضي الحالي للطلبة المعلمين.
- 2. لا توجد فروق دالة إحصائيا بين أوزان أساليب البرهان الرياضي وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقرر الرياضي، والأوزان التي تضمنها محتوى مقرر التحليل الحقيقي الحالي للطلبة المعلمين.
- 3. لا توجد فروق دالة إحصائيا بين أوزان أساليب البرهان الرياضي وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقرر الرياضي، والأوزان التي تضمنها محتوى مقرر الجبر المجرد (1) الحالى للطلبة المعلمين.
- 4. لا توجد فروق دالة إحصائيا بين أوزان أساليب البرهان الرياضي وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقرر الرياضي، والأوزان التي تضمنها محتوى مقرر الجبر المجرد (2) الحالي للطلبة المعلمين.
- 5. لا توجد فروق دالة إحصائيا بين أوزان أساليب البرهان الرياضي وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقررات الرياضية، والأوزان التي تضمنها محتوى مقررات الرياضيات الحالية.

## أهمية البحث:

تتضح أهمية البحث الحالي من أهمية المجالات التي سعى لدراستها، وهي:

العملية التقويمية، وإعداد معلم الرياضيات، وأهمية الرياضيات، وتنمية التفكير عامة وأســاليب البرهان الرياضي والمنطق خاصة. وبالتالي يمكن تحديد أهمية البحث الحالي في النقاط الآتية:

- □ يُعــد البحث الحالي تقويمي لمقررات الرياضيــات للطلبة المعلمين بكلية التربية، وذلك من أجل تحديد جوانـب القوة والضعف فيه في ضوء أسـاليب البرهـان الرياضي والمنطق، وهــذا يفتح آفاقا جديدة لبحوث أخرى في مجال التقويم والتطوير لمادهٔ الرياضيات في كلية التربية.
- □ تنبع أهميــة البحث من أهمية تعليــم الرياضيات، وأهمية أســاليب البرهان والمنطــق وطرائقها، من أجل تنمية التفكير وحل المشكلات؛ لاعداد معلـم الرياضيات، في التعليم الحامعي، والتي تعد بمثابة الدعامة الأساسية لتعليم الرياضيات.
- □ يُعد استجابة موضوعية لتوصيات بعض الدراسات السابقة التي أكدت إعادة النظر في المناهج الدراسية للرياضيات وتطويرها بطرق تعمل على التفاعل بين المعلم والمتعلم في العملية التعليمية، بما يجعلها تحقــق تنمية التفكير لدى الطلبة؛ لمواجهة التحديــات العالمية التي تقوم فيها مادهٔ الرياضيات بدور فاعل في مختلف مراحل التعليم.
- □ إن تدريب الطلبة المعلمين على أساليب البرهان الرياضــى من خلال تعليم المعرفة الرياضية وتعلمها، يُسهم في تكوين شخصياتهم المتفتحة عقليا، والباحث عن المعرفة الجديدة، ويستثير الدافعية عندهم لتطبيق مهارات البرهان والمهارات العقلية من خلال مواقف حياتية مستقبلية.
- □ فتح المجال لدراسات أخرى، لإجراء عملية تقويمية وفقا لمعايير مختلفة للمقررات بكلية التربية، وكليات أخرى في التعليم الحامعي.

## حدود البحث:

اقتصـر البحث الحالي في إجراءاته ونتائجه على الحدود الكانيـة والزمانية والموضوعية الآتية: الحد المكاني: ويتحدد بالعينة السيكومترية: وهم الطلبة المعلمون للرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء. الحد الزماني: العام الدراســي، 2019م، وهو العام الذي طبقت فيه الأداة ميدانيا. الحد الموضوعي: وهو المقـررات الرياضية لاعـداد معلم الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعـاء (مقرر التحليل الرياضي، ومقرر التحليل الحقيقي، ومقرر الجبر مجرد (1)، وجبر مجرد (2))، وأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها.

## مصطلحات البحث:

(1) أساليب البرهان الرياضي والمنطق: يتمثل أسلوب تفكير الفرد في الطريقة التي يستقبل بها المعرفة، وبالطريقة التي يرتب وينظم بها المعرفة ومعلوماته، وبالطريقة التي بها يسجل ويرمز ويدمج هذه الملومات، ويحتفظ بها في مخزونه المعرفي، ويسترجعها بالطريقة التي تمثل طريقته في التعبير عنها، بوسيلة حسية مادية، أو شبه صورية، أو بطريقة رمزية عن طريق الحرف والكلمة والرقم (قطامي، أبو جابر، وقطامي، 2002).

التعريف الإجرائي لأســاليب البرهان الرياضي والمنطــق في البحث الحالي، وهي: قدرة عقلية تمكن المتعلم من تقديم الدليل أو الحجة لبيان صحة عبارة تنبع من صحة عبارات سابقة لها عن طريق الاستدلال أو المنطق استنادا إلى مسلمة أو نظرية سابقة تمت البرهنة عليها، وهذا يمثل معالجة لفظية أو رمزية تتمثل في تتابع من العبارات تسـتنبط كل منها من سـابقاتها اسـتنادا إلى شـواهد معترف بصحتها استنادا إلى أساليب يقرها المنطق. وتتمثل أساليب البرهان الرياضي في: أسلوب البرهان المباشر، وطرقه: النفي أو قانون الوضع أو الرفع، والاستنتاج والتعدي، واستخدام الاستقراء الرياضي، واستنقاذ جميع الحالات أو الاستبعاد، وأسلوب البرهان غير المباشر، وطرقه: المثال المضاد، والتناقض، والمعاكس الإيجابي (معكوس النقيض)، وأسلوب البرهان التقويمي الناقد العكسي أو التمثيلي المتشعب، وطرقه: العكسية من النهاية إلى البداية، واستبدال المتغير أو الثابت باسم الطالب أو جسرم سماوي أو آخر، والتوافق بين فكرة البرهان لعدد من المسائل، أو تطبيق مجالات أخرى. ونستدل عليها من خلال الخطط أو الطرق (الفكرة) المتبعة في بناء أو تعلم وتعليم المعرفة الرياضية لمقررات الرياضيات التي تدرس في كلية التربية بجامعة صنعاء لاعداد الطلبة المعلمين للرياضيات.

(2) طلاب كلية التربية: وهم الطلبة المعلمون للرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء، خلال الأربع السنوات في جميع المستويات: "المستوى الأول، المستوى الثاني، المستوى الثالث، المستوى الرابع"، حيث يُدرس الطلبة مواد تربوية وأكاديمية (المقررات)، لمدأ أربع سنوات، تؤهلهم للتخرج للعمل كمعلمين في مدارس التعليم الأساسي والثانوي بالجمهورية اليمنية.

## منهجية البحث وإجراءاته:

### منهج البحث:

استخدام المنهج الوصفي التحليلي؛ لكونه ملائما لتحقيق أهداف البحث واختبار فرضياته، وفقا للآتي: تحديد أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، بناء أدوات البحث، والوصف للإطار النظري. تحديد خطوات التحليل للمحتوى والخطوات اللازمة لذلك، تحليل مقررات الرياضيات لعينة البحث، وفقا للفئات الرئيسة والثانوية لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها.

المنهج التحليلي الإحصائي: للتعرف على نواحي القصور ونواحي القوهُ في مقررات الرياضيات، فيما يتعلق بأساليب البرهان الرياضي والمنطق.

### مجتمع البحث وعينته:

اشتمل مجتمع البحث على جميع المقررات الرياضية التي تُدرس للطلبة المعلمين للرياضيات خلال السنوات الأربع لإعدادهم في كلية التربية بجامعة صنعاء للعام 2019.

#### عينة البحث:

- 1. العينة التطبيقية: تم اختيار عينة من مقررات الرياضيات للطلبة المعلمين، وهي: مقرر التحليل الرياضي للمستوى الثالث (يدرس في الفصل الأول)، ومقرر التحليل الحقيقي (التحليل الرياضي (2)) للمستوى الثالث (يدرس في الفصل الثاني)، ومقرر الجبر المجرد (1) للمستوى الرابع (يدرس في الفصل الأول)، ومقرر الجبر المجرد (2) للمستوى الرابع (يدرس في الفصل الثاني).
- العينة الاستطلاعية: للتحقق من معامل الثبات لأدوات البحث، تم اختيار عينة استطلاعية من المقررات الرياضية، والجدول الآتي يوضح ذلك:

جدول (1)، العينة الاستطلاعية العشوائية من المقررات الرياضية لتحقق من معامل ثبات أدوات البحث.

عدد الصفحات	عنوان الفصل	المقرر الرياضي
47	الفضاءات المترية	التحليل الرياضي، للمستوى الثالث
32	نظرية القياس وتكامل ليبيك	التحليل الحقيقي، للمستوى الثالث
30	الزمرة	الجبر المجرد $(1)$ ، للمستوى الرابع
36	المثاثيات	الجبر المجرد $(2)$ ، للمستوى الرابع

## متغيرات البحث:

### تتمثل متغيرات البحث الحالي بالأتي:

- المتغير المستقل: المقررات الرياضية في كلية التربية بجامعة صنعاء (عينة البحث).
  - المتغير التابع: أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها.

## أدوات البحث:

لتحقيق أهداف البحث، تم إعداد الأدوات الآتية:

- 1. اســـتـــــانة اســتطلاء آراء الخبراء، الهدف منها التحقق من صدق أداه قائمــة تحليل المحتوى وفقا لأساليب البرهان الرياضي والمنطق، اللازم تنميتها لـدى الطلبة المعلمين للرياضيات (من إعداد الباحث).
- 2. قائمة تحليل المحتوى الرياضي، وفقا لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها: تهدف القائمة إلى التعرف على أساليب البرهان الرياضي وطرائقها في مقررات الرياضيات، وتم إعدادها في ضوء خطوات محددة، وهي:
  - تتبع وتحليل الأدب التربوي السابق والاتجاهات الحديثة لتعليم وتعلم وبناء مناهج الرياضيات.
    - تحليل الدراسات السابقة، ذات العلاقة، وكتب تحليل المحتوى، وشروط تقسيم فئات التحليل.
- الأهداف العامة والسلوكية لتعليم الرياضيات، وتعلمها، ودليل إعداد معلم الرياضيات بكلية التربية بجامعة صنعاء. ومعايير الجودة وتنمية الإبداع وحل المشكلات. وطبيعة المادة الرياضية، ومراعاة خصائـص النمو للطالب الجامعي، والفلسـفة التربويـة في الجمهورية اليمنيـة، وآراء الخبراء والاختصاصيين.
- التوصل إلى صورة أولية لأداة أســاليب البرهان الرياضــي والمنطق وطرائقها، ووضع تعريفا وأمثلة لكل منها. حيث اشــتملت على فئات رئيســة تمثلت بأســاليب البرهان، وفئات ثانوية تمثلت بطرق أساليب البرهان.
- عــرض الصــورة الأولية على عينة من الخبراء، لابــداء آرائهم وتعديل ما يــرون تعديله، وإعطاء مقترحاتهم، وملاءمتها لتحقيق الهدف الذي وضعت من أجله.
- إجبراء التعدب لأت التي أبداها الخبراء، وتمثلت بتعديل الصياغة لبعبض طرق البرهان، وبالأمثلة عليها، وجوانب فنية تنظيمية أخرى. مما يدل على صدق الأداهْ. وقد تضمنت فئات رئيسة وثانوية، هي: أسلوب البرهان المباشـر، ويتضمن الطـرق: (برهان النفي أو قانون الوضـع أو الرفع، برهان نظرية الاستنتاج أو التعدي، البرهان باستنقاذ جميع الحالات أو الاستبعاد، البرهان باستخدام الاستقراء الرياضي). أسلوب البرهان غير المباشس، ويتضمن الطرق: (البرهان بالمثال المضاد، البرهان بالتناقـض، البرهان بالماكس الأيجـابي (معكوس النقيض)). أسـلوب البرهان التقويمي الناقد العكسـي أو التمثيلي المتشعب، ويتضمن الطرق: (العكسية من النهاية إلى البداية، استبدال المتغير أو الثابت (باسم الطالب أو جرم سماوي أو أخر)، البرهان بالتوافق بين فكره البرهان لعدد من المسائل، أو تطبيق مجالات أخرى).
  - التطبيق التجريبي للأداه على عينة عشوائية من مقررات الرياضيات (الجدول (1)).

#### حساب ثبات أداهٔ التحليل:

قام الباحث بالتجريب الأولى لتطبيق الأداهُ على العينة العشوائية المختارهُ، وباستخدام الفكرهُ الرياضية (فكرة البرهان) كوحدة للتحليل، وتم التأكد من الثبات باستخدام طريقتين هما:

#### 1. الثبات بإعادة التحليل:

وقد اختار الباحث عينة عشوائية (الجدول (1))، وتم تحليلها إلى فئات أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، باستخدام وحدهٔ التحليل المتبعة (الفكرهٔ الرياضية للبرهان)، وبعد شهر من عملية التحليل، تم إعادهٔ التحليل على نفس العينة. وحساب نسبة الاتفاق، والجدول (2)، يبين نتائج معامل الثبات.

جدول (2)، معامل ثبات تحليل المقررات، وفقا لأساليب البرهان الرياضي والمنطق، كلا على حده، وككل

الجموع							ت التحليل	فئار						ا <u>ل</u> قرر <sup>(1)</sup>
الكلي		ي العكسي	فان التقويم	البره		فير المباشر	البرهان غ				رهان المباشر	الب		
	الجموع	توافق	استبدال	الطريقة	المجموع	المعاكس	التناقض	المثال	المجموع	استنفاذ	الاستقراء	الاستنتاج	طريقة	_
		الفكرة	المتغير	العكسية		الإيجابي		المضاد		الحالات	الرياضي	والتعدي	النظي	
77	0	0	0	0	14	0	14	0	63	1	15	47	0	تحليل س1
77	0	0	0	0	15	0	15	0	62	1	16	45	0	رياضي س2
75	0	0	0	0	14	0	14	0	61	1	15	45	0	س 21
%97.4	100	100	100	100	93.3	100	93.3	100	96.8	100	93.7	95.7	%100	معامل الثبات
95	0	0	0	0	20	9	11	0	75	21	7	46	1	تحليل س1
95	0	0	0	0	21	9	12	0	74	20	8	45	1	حقيقي س2
93	0	0	0	0	20	9	11	0	73	20	7	45	1	س 21
97.9	100	100	100	100	95.2	100	91.6	100	97.3	95.2	87.5	97.8	%100	معامل الثبات
100	0	0	0	0	19	4	4	11	81	2	6	69	4	جبر مجرد س1
100	0	0	0	0	22	5	5	12	78	2	7	65	4	(1) سى2
96	0	0	0	0	19	4	4	11	77	2	6	65	4	س 21
%96	%100	%100	%100	%100	86.4	%80	%80	91.7	95.1	%100	85.7	94.2	%100	معامل الثبات
97	0	0	0	0	29	7	10	12	68	1	21	43	3	جبر مجرد س1
97	0	0	0	0	29	7	9	13	68	1	20	44	3	(2) سى2
95	0	0	0	0	28	7	9	12	67	1	20	43	3	س 21
97.9	%100	%100	%100	%100	96.6	%100	%90	92.3	98.5	%100	95.2	97.7	%100	معامل الثبات
%98.1	100	100	100	%100	94.3	95.2	95.1	%92	97.6	%96	96.1	97.1	%100	معامل الثبات للمقررات ككل

يتضح من الجدول (2)، نسبة الاتفاق بين التحليلين في المرة الأولى والثانية لكل من: التحليل الرياضي، التحليل الحقيق في، جبر مجرد (1)، (2)، والمقررات ككل، تساوي (97.9%)، (97.9%)، (98.0%)، (99.0%)،

#### 2. الثبات من خلال محك خارجي:

أعطى الباحث صورة لأداة التحليل في صورتها النهائية والقائمة الخاصة بالتحليل للمحتوى الرياضي وفقا لأساليب البرهان وطرائقها، لأحد أعضاء هيئة التدريس، وطلب منه، بعد تعريفه بأهداف عملية التحليل وأهداف البحث الحالي، وتوضيح إجراءات وأسس عملية التحليل له، القيام بعملية التحليل مستقلا. وتم حساب نسبة الاتفاق بين الباحث والمحك الخارجي، فكانت (85.82 %)، مما يؤكد أن معامل ثبات الأداة عال بمكن الوثوق به.

<sup>(1)</sup> س1: التحليل في المرذ الأولى، س2، في المرذ الثانية، س21 التوافق في المرتبن.

3. إعادة عرض قائمة تحيل المحتوى بعد القيام بتعديلاتها على عينة من الخبراء الاختصاصيين في الرياضيات ومناهجها، وقد أبدوا موافقتهم على الفئات المصنفة من حيث مسايرتها للاتجاهات الحديثة لبناء المحتوى الرياضي، وشموليتها لتصنيف المادة الرياضية، وعدم التداخل فيما بينهما، وتحقيقها لأهداف البحث الحالي، مما يدل على صدقها.

استمارة تضريغ نتائج المحتوى المعرفي:

تم إعداد الاستمارة من قبل الباحث وفقا لأساليب البرهان الرياضي والمنطق.

## احراءات البحث:

لتحقيق أهداف البحث الحالي، واختبار صحة فرضياته، تم اتباع الاجراءات الآتية:

أولا: لتحقيق الهدف الأول، والثاني، والثالث، والرابع، والخامس:

تم تحليل المحتوى للمقررات الرياضية، وفقا لفئات أساليب البرهان الرياضي والمنطق الرئيسية والفرعية، وإيجاد التكرارات والنسبة المئوية لكل فئة رئيسية وثانوية (فرعية)، للحصول على التكرارات والأوزان النسبية التي يتضمنها المقرر الرياضي أو المقررات ككل، للطلبة المعلمين للرياضيات.

• خطوات تحليل المحتوى، وفقا لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها:

تتمثل أهم خصائص تحليل المحتوى بأنه يعد أسـلوبا: وصفيا، موضوعيا، منظما ومنهجيا، كميا، علميا، يحلل الشكل والمضمون، ويتعلق بظاهرة النص، ويستخدم في مجال العلوم الاجتماعية ومجالات أخرى، وأن مجالات العمل به كثيرة، وبرتبط بالبحث الأساس، وله منطلقات صادقة. وأهم خطوات تحليل المحتسوى: تحديد أهسداف التحليل، وتحديد عينسة التحليل، وتحديد فئات التحليسل، وتحديد وحدة التحليل، وضبط أداه التحليل، وثبات التحليل، وتصنيف البيانات وفقا لوحدات التحليل وفئات التحليل (طعيمة، 2004)، وفيما يأتي الخطوات المتبعة في البحث الحالي لتحليل المقررات، وفقا لأساليب البرهان الرياضي وطرائقها:

- 1. تحديد أهداف التحليل:
- يهدف تحليل المحتوى الرياضي، وفقا لأساليب البرهان الرياضي وطرائقها، إلى الآتي:
- التعرف على أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، التي تضمنها محتوى مقررات الرياضيات للطلبة العلمين بكلية التريية بجامعة صنعاء.
- تحديد الأوزان النسبية الملاحظة، لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، المتضمنة في مقررات الرياضيات للطلبة المعلمين.
- 2. تحديث عينة التحليل: وقد اقتصرت عينة التحليل، على عينة البحث الحالي، الموضحة في الحدول  $\cdot(1)$ 
  - 3. تحديد فئات تحليل المحتوى: وفقا لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها:

وقد تحددت فئات عملية تحليل المحتوى الرياضي، وفقا الأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، بالفئات الرئيسة، والفئات الثانوية الآتية:

- أ. أسلوب البرهان المباشر(رئيسة)، ويتضمن طرق البرهان (الفئات الثانوية)، وهي:
- برهان طريقة النفي (قانون الوضع أو الرفع)، وبرهان نظرية الاستنتاج والتعدي، والبرهان بالاستقراء الرياضي، والبرهان باستنفاذ الحالات والاستبعاد.
  - ب. البرهان غير المباشر (رئيسة)، ويتضمن طرق البرهان (الفئات الثانوية)، وهي: البرهان بالمثال المضاد، والبرهان بالتناقض، والبرهان بالمعاكس الإيجابي.

ج. البرهان التقويمي الناقد العكسي أو التمثيلي المتشعب (رئيسة):

ويتضمن طرق البرهان (الفئات الثانوية)، وهي: الطريقة العكسية من النهاية إلى البداية، واستبدال المتغير أو الثابت (باسم الطالب أو جرم سماوي أو آخر)، والتوافق بين فكره البرهان لعدد من المسائل، أو تطبيق مجالات أخرى.

4. تحديد وحدهٔ التحليل:

يحدد معظم التربويين أمثال طعيمة (2004)، والمطلس (1997)، وحدات مختلفة لتحليل المحتوى ومنها: وحدة الكلمة، ووحدة الجملة، ووحدة الفكرة أو وحدة الموضوع أو الفقرات، ووحدة الصفحات والفصول، ووحدة المساحة أو الزمن أو أكثر من وحدة أخرى. ولتحليل المحتوى الرياضي وفقا الأساليب المبرهان الرياضي وطرائقها، استخدمت فكرة الحل أو فكرة البرهان أو خطة الحل أو الموضوع، كوحدة لتحليل المحتوى الرياضي، وأطلق عليها "فكرة البرهان أو خطة الحل" (إذا كان الموضوع أو العبارة، لتحليل المحتوى الرياضي، وأطلق عليها الفكرة أو الوحدة، ولا يوجد جسم بدون قلب، والعكس صحيح)، والمقصود بها في البحث الحالي الخطة المستخدمة في البرهان على إحدى مكونات البنية المعرفية، أو حل السؤال؛ للوصول من المعطيات إلى المطلوب، والعكس معتمدا على تتابع العبارات المستنجة وفق صور أساليب البرهان الرياضي والصور المنطقية الصائبة.

5. إعداد أداه تصنيف المحتوى الرياضي، وفقا الأساليب البرهان الرياضي وطرائقها:

تم إعداد أداه تحليل المحتوى الرياضي إلى أساليب البرهان الرياضي والمنطق، واشتملت على مساحة حدد فيها الفئات الرئيسة، والفئات الثانوية، ومساحات لتكرارها وحسابها إحصائيا (أدوات البحث).

ثبات تحليل المحتوى، وفقا لأساليب البرهان الرياضي وطرائقها:

تم استخدام طريقتين للتأكد من ثبات التحليل والمتمثلة ب: طريقة إعادة التحليل من قبل الباحث، وطريقة استخدام المحك الخارجي، وسبق الإشارة إليها في أدوات البحث الحالي (الجدول (2)).

7. أسس تحليل المحتوى الرياضي وفقا لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها:

تم تحديد بعض الأسسس لعملية تحليل المحتوى الرياضي، وفقا لأساليب البرهان الرياضي وطرائقها؛ وذلك لتكون عملية التحليل منهجية ومنطقية. وفيما يلى أهم هذه الأسس:

- ترقيم تسلسلي لأجزاء المحتوى وما يتضمنه من موضوعات، وأسللة، أو أي مكون من مكونات البنية المعرفية، وبأي صوره كانت، بصوره منتظمة ومتدرجة.
- فهم الموضوع أو المحتوى أو السؤال فهما جيدا، وتحديد المعطيات والمطلوب من السؤال وتحديد الهدف منه.
  - تحديد ووضع إجابات نموذجية للأسئلة المتضمنة في محتوى مقررات الرياضيات، عينة البحث.
    - تحديد خطوات الحل والبناء الهورستيكية المتمثلة في بناء المحتوى أو الاجابة عن السؤال.
- إذا كان الموضوع أو الفقرات أو الســؤال يحتوي على أكثر من فرع أو جزء فإنه يعتبر كل فرع أو جزء من هذه الأجزاء موضوعا أو سؤالا مستقلا بذاته.
- تحليل المحتوى الرياضي أولا وفقا للفئات الرئيسة (أساليب البرهان والمنطق)، ثم إجراء عملية التحليل وفقا للفئات الفرعية لكل من الفئات الرئيسة، مع مراعاة تداخل الفئات واتباع صياغة موحدة لحل مشكلة التداخل. ووفقا للتعريضات الإجرائية لأداة التحليل (تم استخدام الرموز للفئات الرئيسة والثانوية، ووضعها في نفس المحتوى للمقرر، ليتم تفريغها بعد ذلك).
- تطبيق وحدة التحليل وتحديد الفئة (لأساليب البرهان والمنطق)، التي يتضمنها الموضوع أو السؤال في ضوء قائمة أساليب البرهان والمنطق، ويتم الرجوع إلى إجابة السؤال أو تدرج الموضوع، وتحديد الفئة في ضوئها.

- في حالة وجود تأكيد أو تداخل على أكثر من مسـتوي في الفكرة للبرهان (الموضوع الواحد، أو برهان السـؤال الواحد) فإنه يتـم التصنيف للخطوات المتبعة للبرهان، لطريقـة البرهان؛ بمعني يمكن أن يتضمن برهان السؤال الواحد أكثر من طريقة أو فئة.
- يصنف المحتوى أو السؤال إلى فئاته بمقارنة خطة الحل أو فكرة البناء أو البرهان مع قائمة أساليب البرهان الرياضي في تحديد فئة السؤال.
- تفريغ تحليل المحتوى لكل موضوع على حدة بحسب فئاته، ومن ثم حساب النسبة المئوية لكل فئة.
  - جدولة النتائج في جدول، وحساب التكرارات لكل أسلوب (فئة) والأوزان النسبية لكل فئة.

ثانيا: اختبار الفرضيات من الأولى إلى الخامسة: تحقيق الأهداف من (6-0):

تم تحليل المحتوى للمقرر الرياضي وفقا لفئات أساليب البرهان الرياضي والمنطق الرئيسيية والفرعية، وإيجاد التكرارات والأوزان النسبية لكل فئة، للحصول على القيم اللاحظة، وحساب القيم المتوقعة، بطريقة إحصائية، واسـتخدام مربع كاي، للتعرف على دلالة الفـروق، بين الأوزان التي ينبغي تضمينها المقرر أو المقررات الرياضية، والأوزان النسبية التي يتضمنها المقرر أو المقررات الحالية، للطلبة المعلمين.

### الأساليب الاحصائية:

تم اختيار الأساليب الإحصائية تبعا لأهداف البحث، ونوعية المقياس المستخدم فيها، حيث استخدم الباحث لمعالجة البيانات، الأســاليب الاحصائية الآتية: التكرارات، النسبة المئوية لحساب الأوزان للقيم الملاحظة والمتوقعة، ومعادلة هولستي، وكوير، للتحقق من بعض الخصائص السيكومترية، لأدوات البحث، ومربع كاي، لدلالة الفروق لاختبار فروض البحث الحالي.

### نتائج البحث:

تم عرض النتائج، وفقا لتسلسل الأهداف الفرعية، للهدف الرئيس في البحث الحالي، وعلى النحو الآتي: النتائج ومناقشتها لتحقيق الهدف الأول:

لتحقيــق الهــدف الأول، الذي نص على: التعرف على أســاليب البرهان الرياضــي والمنطق وطرائقها، وأوزانها التي يتضمنها محتوى مقرر التحليل الرياضي للمستوى الثالث للطلبة المعلمين في مقرر الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء.

الجدول (3) الأتي يوضح نتائج الأوزان النسبية، لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها فيَّ محتوى مقرر التحليل الرياضي، للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.

جدول (3): الأوزان النسبية لأساليب البرهان الرياضي والمنطق التي تضمنها مقرر التحليل الرياضي

المجموع	لعكسي	الناقد ا	التقويمي	البرهان	ر	غير المباش	البرهان			شر	رهان المبا	الب		المقرر ك
الكلي	المجموع	التوافق	استبدال	الطريقة	المجموع	المعاكس	لتناقض	المثال ا	المجموع	الاستقراء	استنفاذ	الاستنتاج	طريقة	
	لتقويمي	بين	المتغير	العكسية	غير	الايجابي		المضاد	المباشر	الرياضي	الحالات	والتعدي	النفي	
		الفكرة			المباشر									
476	0	0	0	0	62	2	51	9	414	42	1	363	8	لتحليل ك
%100	0	0	0	0	13.03	0.42	10.7	1.89	86.97	8.82	0.21	76.26	1.68	لرياضي %
			0			13.0	03				86.97			•

يتضح من الجدول (3)، الأتي: أعلى طرق البرهان التي يتضمنها مقرر التحليل الرياضي، طريقة البرهان بالاســتنتاج والتعدي، حيث بلغت النســبة (76.26 %)، من المجموع الكلي، تليها طريقة البرهان التناقض بنسبة (10.7 %) من المجموع الكلي، ثم تليها طريقة البرهان بالاستقراء الرياضي بنسبة (8.82 %) من المجموع الكلي، كما خلا (أو بنسبة صغيرة جدا) المحتوى من طرق البرهان الآتية: النفي، والمثال المضاد، واستنفاذ الحالات، والمعاكس الإيجابي، والطريقة العكسية، واستبدال المتغير، والتوافق بين الفكرهُ. وبلغ مجموع أوزان البرهان المباشــر (86.97 %) من المجموع الكلي، بينما بلغ مجموع الأوزان البرهان غير المباشر (13.03 %)، في حين خلا المحتوى الرياضي تهاما من طرق البرهان التقويمي الناقد العكسي. مما يدل على عدم مراعاة محتوى المقرر لعيار التوازن في تنمية أسساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، ويتضح ذلك من تضمين المقرر طريقة الاستنتاج والتناقض والاستقراء الرياضي بنسبة (95.78 %)، بينمــا تضمن المحتوى طرق البرهان الأخــري، وهي: النفي، والمثال المضاد، واســتنفاذ الحالات، والمعاكس الإيجابي، والطريقة العكسية، واسـتبدال المتغير، والتوافق بين الفكرة بنسـبة (4.22 %) وهي نسـبة الطلبة أساليب البرهان في كل المراحل الدراسية، كما تؤكد دراسة سيد (2005)، متولى (2006)، محمد (2000)، محمد (2003) بأن البرهان الرياضي من أهم المفاهيم التي ينبغي أن يستوعبها معلمو الرياضيات ويتدريون على أســاليبه، وينبغي أن يكون المعلم ملما بطبيعة البرهان الرياضي وأسسه المنطقية، حيث أن تعلم مهاراته تؤثر في تحصيل الطلبة في الرياضيات وتجعلهم قادرين على تطبيق أسلوب حل المشكلات في الحياذ العملية، وإذا لم يتمكن الطلبة المعلمون من اسـتيعابها وتطبيقها، فإن ذلك يشــكل عائقا أمامهم في تحصيل المعرفة؛ وتعد أساليب البرهان من أهم أساليب تعليم الرياضيات، ولها آثار وأضحة في تفتح القــدرات الابداعية والانتاجية لدى الطلبة، وتعد من الأهــداف المهمة التي تؤهل الطلبة المعلمين للقيام بتدريــس الرياضيات في مدارس التعليم العام والجامعي. وبذلك يكون الباحث قد تحقق من الهدف الأول من أهداف البحث الحالي.

### 2. النتائج ومناقشتها لتحقيق الهدف الثاني من أهداف البحث الحالي:

تحقيق الهدف الثاني، الذي نص على: التعرف على أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، وأوزانها التي يتضمنها محتوى مقرر التحليل الحقيقي للمستوى الثالث للطلبة المعلمين في الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء.

الجـدول (4) الآتي يوضح نتائج الأوزان النسـبية لأسـاليب البرهان الرياضـي والمنطق وطرائقها في محتوى مقرر التحليل الحقيقي، للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.

تضمنها مقرر التحليل الحقيقي	لأساليب البرهان الرياضي، التي	جدول (4): الأوزان النسبية

المجموع	لعكسي	الناقد ا	التقويمي	البرهان	ر	غير المباش	البرهان			اشر	برهان المب	ال		المقرر ك
الكلي	المجموع	التوافق	استبدال	الطريقة	المجموع	المعاكس	لتناقض	المثال ا	المجموع	الاستقراء	استنفاذ	الاستنتاج	طريقة	-
	لتقويمي	بين	المتغير	العكسية	غير	الايجابي		المضاد	للبرهان	الرياضي	الحالات	والتعدي	النفي	
		الفكرة			المباشر				المباشر					
202	0	0	0	0	40	19	20	1	162	32	26	103	1	التحليل ك
%100	0	0	0	0	19.80	9.41	9.90	0.50	80.20	15.84	12.87	50.99	0.50	الحقيقي %
%100		9	%0			%19	.80				%80.20	)		_

يتضح من الجدول (4)، الآتي: أعلى طرق البرهان التي يتضمنها مقرر التحليل الحقيقي، طريقة البرهان بالاستنتاج والتعدي، حيث بلغت النسبة (50.99%) من المجموع الكلي، تليها البرهان بالاستقراء الرياضي بنسبة (15.84%)، ثم تليها طريقة التناقض بنسبة (15.84%)، ثم تليها طريقة التناقض والمعاكس الايجابي بنسبة (9.90%)، (9.41%)، على الترتيب، كما خلا (أو بنسبة صغيرة جدا) من طرق البرهان التالية: طريقة النفي، والمثال المضاد، والطريقة العكسية، واستبدال المتغير، والتوافق بين الفكرة.

وبلغ مجموع أوزان البرهان المباشـر (80.20 %)، من المجموع الكلي، بينما بلغ مجموع الأوزان البرهان غير المباشـر (19.80 %)، في حين خلا المحتوى الرياضي تماما من طرق البرهان التقويمي الناقد العكسـي، مما يدل على عدم مراعاة محتوى المقرر لمعيار التوازن في تنمية أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها. يتضح مما سـبق قصور المحتوى الرياضي في تحقيق الشـمولية لأسـاليب البرهان الرياضي: الاستقرائي

والاستنتاجي والبرهان التقويمي الناقد العكسي، وكذلك طرق كل منها، مما ينبغي على القائمين على العمليــة التعليميــة والتقويمية وإعداد معلم الرياضيات، مراعاذ الشــمولية في اســتخدام طرق البرهان الرياضي والمنطق لكل من أسسلوب البرهان الاستقرائي والاسستنتاجي والبرهان التقويمي الناقد العكسي، وتتفق هذه النتيجة مع نتائج بعض الدراسات السابقة (سيد، 2005؛ متولى، 2006؛ محمد 2000) حيث أشارت النتائج إلى وجود صعوبات تواجــه الطلبة المعلمين في فهم وإدراك وإنتـاج البراهين الرياضية، وتختلف نتائج البحث الحالى عما يؤكد عليه الاختصاصيون والدارســـات الســـابقة أمثال دراســـة عبيدة (2011)، وميخائيــل (2011) وموزلي (2008)، فهم يؤكدون على أهميــة ودور طرق البرهان الرياضي في ا تعلم الرياضيات وتعليمها. وبذلك يكون الباحث قد تحقق من الهدف الثاني.

### 3. النتائج ومناقشتها لتحقيق الهدف الثالث من أهداف البحث الحالى:

تحقيق الهدف الثالث، الذي نص على: تحديد أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، وأوزانها التي يتضمنها محتوى مقرر الجبر المجرد (1) للمستوى الرابع للطلبة المعلمين في الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء.

الجدول (5) الآتي يوضح نتائج الأوزان النسبية، لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها في محتوى مقرر الجبر المجرد (1)، للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.

رهان الرياضي وطرائقها، التي تضمنها مقررالجبر المجرد (1)	جدول ( <sup>5</sup> ): الأوزان النسبية لأساليب البر
---	---

المجموع	قد	يمي الناة	هان التقو	البر	j	غير المباش	البرهان			شر	رهان المبا	الب		ك	المقرر
الكلي	المجموع	التوافق	استبدال	الطريقة	المجموع	المعاكس	التناقض	المثال	مجموع	الاستقراء	استنفاذ	الاستنتاج	طريقة		
	لتقويمي	بين	المتغير	العكسية	غير	الايجابي		المضاد	المباشر	الرياضي	الحالات	والتعدي	النفي		
		الفكرة			المباشر										
222	0	0	0	0	34	4	16	14	188	26	8	152	2	<u>اک</u>	الجبر
%100	0	0	0	0	15.32	1.80	7.21	6.31	84.68	11.71	3.60	68.47	0.90	%	المجرد
%100		9	<b>60</b>			%15	.32				%84.68				(1)

يتضح من الجـدول (5)، الآتي: أعلى طرق البرهان التي يتضمنها مقررالجبر المجرد (1)، طريقة البرهان بالاستنتاج والتعدي، حيث بلغت النسبة (68.47 %) من المجموع الكلي، تليها طريقة البرهان بالاستقراء الرياضي بنسبة (11.71 %)، ثم تليها طريقة البرهان بالتناقض بنسبة (7.21 %)، ثم تليها طريقة البرهان بالمثال المضاد بنسبة (6.31 %)، كما خلا (أو بنسبة صغيرة جدا) المحتوى من طرق البرهان الأتيــة، وهي: النفي، واسـتنفاذ الحـالات، والمعاكس الإيجابي، والطريقة العكسـية، واسـتبدال المتغير، والتوافق بين الفكرة.

وبلغ مجموع أوزان البرهان المباشــر (84.68 %)، من المجموع الكلي، بينما بلغ مجموع الأوزان البرهان غير المباشر (15.32 %)، في حين خلا المحتوى الرياضي تماما من طرق البرهان التقويمي الناقد العكسي، مما يدل على عدم مراعاة محتوى المقرر لعيار التوازن في تنمية أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها. يتضح مما سبق قصور المحتوى الرياضي في تحقيق الشـمولية لأسـاليب البرهان الرياضي: الاستقرائي والاســتنتاجي والبرهان التقويمي الناقد العكســي، وكذلك طرق كل منها، مما ينبغــي على القائمين على العمليــة التعليميــة والتقويمية وإعداد معلم الرياضيات، مراعاذ الشــمولية في اســتخدام طرق البرهان الرياضي والمنطق لكل من أســلوب البرهان الاستقرائي والاســتنتاجي والبرهان التقويمي الناقد العكسي، وتتفق هذه النتيجة مع نتائج بعض الدراسـات السابقة التي هدفت إلى تقويم المواد الدراسية في التعليم الأساســـي أو الثانوي أو الجامعي مثل: دراســـة الحداد (2021) ودراسة المنصوري (2020) ودراسة بيومي (2005) والتي أشــارت الى أن هناك تدنيا في بناء محتوى مقررات الرياضيات، حالت دون تنمية التفكير والإبداع لدى الطلبة. وبذلك يكون الباحث قد تحقق من الهدف الثالث من أهداف البحث الحالي.

4. النتائج ومناقشتها لتحقيق الهدف الرابع من أهداف البحث الحالي:

تحقيق الهدف الرابع، الذي نص على: تحديد أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، وأوزانها التي يتضمنها محتوى مقرر الجبر المجرد (2)، للمستوى الرابع للطلبة المعلمين في الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء.

الجدول (6) الآتي يوضح نتائج الأوزان النسبية، لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها في محتوى مقرر الجبر المجرد (2)، للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.

جدول (6): الأوزان النسبية لأساليب البرهان والمنطق وطرائقها، التي تضمنها مقرر الجبر المجرد (2)

المجموع	لعكسي	الناقد ا	التقويمي	البرهان		غير المباشر	البرهان ش			شر	رهان المبا	المي		المقرر ك
الكلي	المجموع	التوافق	استبدال	الطريقة	المجموع	المعاكس	التناقض	المثال	مجموع	الاستقراء	استنفاذ	الاستنتاج	طريقة	
	لتقويمي	بين	المتغير	العكسية	غير	الايجابي		المضاد	المباشر	الرياضي	الحالات	والتعدي	النظي	
		الفكرة			المباشر									
172	0	0	0	0	47	13	16	18	125	26	4	88	7	الجبر ك
%100	0	0	0	0	27.33	7.56	9.30	10.47	72.67	15.12	2.33	51.16	4.07	الجرد %
	%0					%27	.33				%72.6	7		(2)

يتضح من الجدول (6)، الآتي: أعلى طرق البرهان التي يتضمنها مقرر الجبر المجرد (2)، طريقة البرهان بالاستنتاج والتعدي، حيث بلغت النسبة (51.16%)، من المجموع الكلي، تليها طريقة البرهان بالاستقراء الرياضي بنسبة (15.12%)، ثم تليها طريقة البرهان؛ المثال المضاد، والتناقض، والمعاكس الإيجابي بنسبة (9.30%)، (9.30%)، وخلا المحتوى من طرق البرهان التقويمي الناقد العكسي.

وبلغ مجموع أوزان البرهان المباشر (72.67 %) من المجموع الكلي، بينما بلغ مجموع الأوزان البرهان غير المباشر (27.33 %)، في حين خلا المحتوى الرياضي تماما من طرق البرهان التقويمي الناقد العكسي، مما يدل على عدم مراعاة محتوى المقرر لمعيار التوازن في تنمية أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها. يتضح مما سبق قصور المحتوى الرياضي في تحقيق الشمولية الأساليب البرهان الرياضي: الاستقرائي والاستنتاجي والبرهان التقويمي الناقد العكسي، وكذلك طرق كل منها، مما ينبغي على القائمين على العملية التعليمية والتقويمية وإعداد معلم الرياضيات، مراعاة الشمولية في استخدام طرق البرهان الرياضي والمنطق لكل من أسلوب البرهان الاستقرائي والبرهان الاستنتاجي والبرهان التقويمي الناقد العكسي، وقد أكدت الدراسات السابقة، مثل دراسة كل من الحداد (2009) ودراسة صالح (2008) ودراسة متولي (2008)، أكدت على وجود علاقة موجبة بين أساليب البرهان والنجاح في تعلم الرياضيات، وأن اكساب الطلبة أساليب البرهان المنطقي، وتعليمهم لطرق البرهان تنمي لديهم القدرة على حل المشكلات واتخاذ القرارات وحل المسائل اللفظية وغير اللفظية، مما يفرض على واضعي المناهج والأسئلة التقويمية تضمين أسئلة شاملة الأسائل اللفظية وغير اللفظية، مما يفرض على واضعي المناهج والأسئلة التقويمية تضمين أسئلة شاملة المسائل اللفظية وغير اللفظية، وما يفرض على واضعي المناهج والأسئلة التقويمية تضمين أسئلة شاملة المسائل اللفظية وغير اللفظية، وما يفرض على واضعي المناهج والأسئلة التقويمية المنابع من أهداف البحث الحالي.

5. النتائج ومناقشتها لتحقيق الهدف الخامس من أهداف البحث الحالى:

تحقيق الهدف الخامس، الذي نص على: التعرف على أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، وأوزانها التي يتضمنها محتوى المقررات الرياضية ككل، للطلبة المعلمين في الرياضيات بكلية التربية.

الجدول (<sup>7</sup>) الأتي يوضح نتائج الأوزان النسـبية، لأسـاليب البرهان الرياضـي والمنطق وطرائقها في محتوى المقررات الرياضية ككل، للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.

جدول (7): الأوزان النسبية لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، التي تضمنتها المقررات الرياضية ككل

المجموع	لعكسي	الناقد ا	التقويمي	البرهان	ر	غير المباش	البرهان			شر	رهان المبا	الب	ك	المقرر
الكلي	المجموع	التوافق	استبدال	الطريقة	المجموع	المعاكس	التناقض	المثال	مجموع	الاستقراء	استنفاذ	الاستنتاج	طريقة	
	لتقويمي	بين	المتغير	العكسية	غير	الايجابي		المضاد	المباشر	الرياضي	الحالات	والتعدي	النظي	
		الفكرة			المباشر									
1072	0	0	0	0	183	38	103	42	889	126	39	706	ك 18	المقررات
%100	0	0	0	0	17.07	3.54	9.61	3.92	82.93	11.75	3.64	65.86	1.68 %	لرياضية
%100		Ģ	%0			%17	.07				%82.9	3		ککل

يتضح من الجدول (7)، الآتي: أعلى طرق البرهان التي تضمنتها المقررات الرياضية ككل، طريقة البرهان بالاستنتاج والتعدي، حيث بلغت النسبة (65.86 %) من المجموع الكلي، تليها طريقة البرهان بالاستقراء الرياضي بنسبة (11.75 %)، ثم تليها طريقة البرهان بالتناقض بنسبة (9.61 %)، كما خلا المحتوى الرياضي تماما من طرق البرهان التقويمي الناقد العكسي.

وبلغ مجموع أوزان البرهان المباشـــ (82.93 %) من المجموع الكلي، بينما بلغ مجموع الأوزان البرهان غير المباشر (17.07 %) في حين خلا المحتوى الرياضي تماما من طرق البرهان التقويمي الناقد العكسي. يتضح مما سبق قصور محتوى المقررات الرياضية في تحقيق الشمولية الأساليب البرهان الرياضي: الاستقرائي والاســتنتاجي والتقويمي الناقد العكســي، وكذلــك طرق كل منها، مما ينبغي علــي القائمين على العملية التعليميـــة والتقويمية وإعداد معلم الرياضيات، مراعاة الشــمولية في اســتخدام طرق البرهان الرياضي والمنطق لكل من أسلوب البرهان الاستقرائي والاستنتاجي والبرهان التقويمي الناقد العكسي؛ وهذا ما تؤكده دراسة السبيعي (2009)، والمنصوري (2020)، من اعتماد أعضاء هيئة التدريس على طرق تقليدية، وعدم الاهتمام بمسـتويات التفكير العليا. بناء على مـا تقدم يكون الباحث قد تحقق من الهدف الخامس من أهداف البحث الحالي.

### 6. النتائج ومناقشتها لتحقيق الفرضية الأولى:

تحقيــق الفرضية الأولى الــتي تم اختبارها، والتي نصت على: "لا توجد فــروق دالة إحصائيا بين أوزان أساليب البرهان الرياضي وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقرر الرياضي، والأوزان التي تضمنها محتوى مقرر التحليل الرياضي الحالي للطلبة المعلمين.'

الجدول (8) الأتي يوضح قيم مربع كاي لدلالة الضروق بين الأوزان الملاحظة والمتوقعة لأساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها لمقرر التحليل الرياضي للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة

جدول (8)؛ مدى التطابق بين التكرارات الملاحظة والمتوقعة لأساليب البرهان الرياضي في مقرر التحليل الرياضي

المجموع	ىكسي	، الناقد ال	ن التقويمي	البرها		غيرالمباشر	البرهان			شر	برهان المبان	<b>J</b> I		ك	المقرر
الكلي	الجموع	التوافق	استبدال	الطريقة	المجموع	المعاكس	التناقض	المثال	المجموع	الاستقراء	استنظاذ	الاستنتاج	طريقة		
	التقويمي	بين	المتغير	العكسية	غير	الايجابي		المضاد	للبرهان		الحالات	والتعدي	النظي		
		الظكر			المباشر				المباشر						
476	0	0	0	0	62	2	51	9	414	42	1	363	8	الملاحظة	التحليل
476	142.8	47.6	47.6	47.6	142.8	47.6	47.6	47.6	190.4	47.6	47.6	47.6	47.6	المتوقعة	الرياضي
2387.1	142.8	47.60	47.60	47.60	75.22	43.68	0.24	31.30	2169.1	0.66	45.62	2089.86	32.94	صوبة	کا <sup>2</sup> ال

يتضح من الجدول (8)، الأتي: قيمة (كا2)، المحسوبة أكبر من الجدولية بالنسبة لأوزان أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها ككل، ولكل طريقة بين أوزان القيم الملاحظة والمتوقعة في مقرر التحليل الرياضي؛ مما يدل على وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مســتوى الدلالة (0.01)، وبالتالي يرفض

الفـرض الصفري الأول، ويقبل الفـرض البديل. حيث يتضح من دلالة الفروق (كا")، والنسـبة المثوية، تركيز المحتوى على بعض طرق البرهان وإهمال الطرق الأخرى (النفي، والمثال المضاد، واستنفاذ الحالات، والمعاكس الإيجابي، والطريقة العكسية، واستبدال المتغير، والتوافق بسين الفكرهُ) وتتفق نتيجة البحث الحالي مع نتائج بعض الدراسات السابقة (الحداد، 2021؛ صالح، 2008؛ متولى، 2006؛ محمد، 2000) في وجود فروق دالة إحصائيا بين أساليب البرهان والنجاح في تعلم الرياضيات. وبذلك تم التحقق من الفرضية الأولى من فرضيات البحث الحالي.

### 7. النتائج ومناقشتها لتحقيق الفرضية الثانية:

تحقيق الفرضية الثانية، والتي نصت على: "لا توجد فروق دالة إحصائيا بين أوزان أساليب البرهان الرياضي وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقرر الرياضي، والأوزان التي تضمنها محتوى مقرر التحليل الحقيقي الحالى للطلبة المعلمين".

الجــدول (9) الآتي يوضح قيــم مربع كاي لدلالة الفروق بين الأوزان الملاحظة والمتوقعة، لأســاليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها لمقرر التحليل الحقيقي للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.

جدول (9): مدى التطابق بين التكرارات الملاحظة والمتوقعة الأساليب البرهان في مقرر التحليل الحقيقي

المجموع	ىكسي	، الناقد ال	ان التقويمي	البرها			فيرالمباشر	البرهان ش			ر	لبرهان المباش	Ħ	丝	المقرر
الكلي	المجموع	التوافق	استبدال	الطريقة	المجموع	المعاكس	التناقض	المثال	المجموع	الاستقراء	استنفاذ	الاستنتاج	طريقة		
	التقويمي	بين	المتغير	العكسية	غير	الايجابي		المضاد	المباشر		الحالات	والتعدي	النظي		
		الفكر			المباشر										
202	0	0	0	0	40	19	20	1	162	32	26	103	1	الملاحظة	التحليل
202	60.6	20.2	20.2	20.2	60.6	20.2	20.2	20.2	80.8	20.2	20.2	20.2	20.2	المتوقعة	الحقيقي
445.1	60.6	20.20	20.20	20.20	18.32	0.07	0.00	18.25	366.21	6.89	1.67	339.40	18.25	عسوبة	کا <sup>2</sup> الم

يتضح من الجدول (9)، الآتي: قيمة (كا²)، المحسوبة أكبر من الجدولية، مما يدل على وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (0.01)، وبالتالي نرفض الفرض الصفري الثاني من فروض البحث الحالي، ونقبل البديل، مما يــدل على أن المحتوى الرياضي لقرر التحليــل الحقيقي لا يراعي التوازن فيْ تنمية أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، فيركز على بعض الطرق (طريقة البرهان بالاستنتاج والتعدي والبرهان بالاستقراء الرياضي)، ويهمل الطرق الأخرى (طريقة النفي، والمثال المضاد، والطريقة العكسية، واستبدال المتغير، والتوافق بين الفكرةُ)، وتتفق هذه النتيجة مع نتائج بعض الدراسات السابقة (الحداد، 2021؛ صالح، 2008؛ متولى، 2006؛ محمد، 2000) في وجود فروق دالة إحصائيا بين أساليب البرهان والنجاح في تعلم الرياضيات، وبذلك تم التحقق من الفرضية الثانية من فرضيات البحث الحالى.

#### 8. النتائج ومناقشتها لتحقيق الفرضية الثالثة:

تحقيق الفرضية الثالثة، والتي نصت على: "لا توجد فروق دالة إحصائيا بين أوزان أساليب البرهان الرياضــي وطرائقها التي ينبغي تضمينهـا المقرر الرياضي، والأوزان التي تضمنها محتوي مقرر الجبر المجرد (1)، الحالى للطلبة المعلمين".

الجـدول (10) الآتي يوضـح قيم مربع كاي لدلالة الفروق بين الأوزان الملاحظة والمتوقعة لأسـاليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها لمقرر الجبر المجرد (1) للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.

جدول (10)؛ مدى التطابق بين التكرارات الملاحظة والمتوقعة الأساليب البرهان في مقرر الجبر المجرد (1)

المجموع	البرهان التقويمي الناقد العكسي				البرهان غيرالمباشر							برهان المباش	ك	المقرر	
الكلي	مج	التوافق	استبدال	الطريقة	المجموع	المعاكس	التناقض	المثال	مج برهان	الاستقراء	استنفاذ	الاستنتاج	طريقة		
	برهان	بين	المتغير	العكسية	غير	الايجابي		المضاد	مباشر		الحالات	والتعدي	النظي		
	تقويمي	الفكر			المباشر										
222	0	0	0	0	34	4	16	14	188	26	8	152	2	الملاحظة	الجبر
222	6606	22.2	22.2	22.2	6606	22.2	22.2	22.2	88.8	22.2	22.2	22.2	22.2	المتوقعة	المجرد (1)
373.31	66.6	22.20	22.20	22.20	19.68	14.92	1.73	3.03	787.03	0.65	9.08	758.92	18.38	سوبة	کا <sup>2</sup> الح

يتضح من الجدول (10)، الآتى: قيمة (2)، المحسوبة أكبر من الجدولية، مما يدل على وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (0.01)، وبالتالي نرفض الفرضية الصفرية الثالثة، ونقبل البديلة؛ مما يدل على أن المحتوى الرياضي لمقرر الجبر المجرد (1)، لا يراعي التوازن في تنمية أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، فيركز على بعض طرق البرهان المباشــر، ويكاد يهمل الطرق الأخرى (النفي، واســتنفاذ الحالات، والعاكس الايجابي، والطريقة العكسية، واستبدال المتغير، والتوافق بين الفكرة)، وقد يرجع ذلك لغياب العملية التقويمية في الجامعة، وتتفق هذه نتيجة مع نتائج بعض الدراســـات الســـابقة (الحداد، 2021؛ صالح، 2008؛ متولى، 2006؛ محمد، 2000) في وجود فروق دالة إحصائيا بين أساليب البرهان والنجاح في تعلم الرياضيات ، وبذلك تم التحقق من الفرضية الثالثة من فرضيات البحث الحالى. 9. النتائج ومناقشتها لتحقيق الفرضية الرابعة:

تحقيق الفرضية الرابعة، والتي نصت على: "لا توجد فروق دالة إحصائيا ببن أوزان أساليب البرهان الرياضي وطرائقها التي ينبغي تضمينها المقرر الرياضي، والأوزان التي تضمنها محتوى مقرر الجبر المجرد (2)، الحالى للطلبة المعلمين".

الحِــدول (11) الأتي يوضح قيم مربع كاي لدلالة الفروق بين الأوزان الملاحظة والمتوقعة، لأســاليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها لمقرر الجبر المجرد (2) للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء.

جدول (11)؛ مدى التطابق بين التكرارات الملاحظة والمتوقعة الأساليب البرهان الرياضي في مقرر الجبر المجرد (2)

المجموع	البرهان التقويمي الناقد العكسي				البرهان غيرالمباشر							برهان المباش	살	المقرر	
الكلي	مج	التوافق	استبدال	الطريقة	المجموع	المعاكس	التناقض	المثال	مج برهان	الاستقراء	استنظاذ	الاستنتاج	طريقة		
	برهان	بين	المتغير	العكسية	غير	الايجابي		المضاد	مباشر		الحالات	والتعدي	النفي		
	تقويمي	الفكر			المباشر										
172	0	0	0	0	47	13	16	18	125	26	4	88	7	الملاحظة	الجبر
172	51.6	17.2	17.2	17.2	51.6	17.2	17.2	17.2	68.8	17.2	17.2	17.2	17.2	المتوقعة	لجرد (2)
364.86	51.6	17.20	17.20	17.20	1.15	1.03	0.08	0.04	312.11	4.50	10.13	291.4	6.05	سوبة	کا <sup>2</sup> الحد

يتضـح من الجـدول (11)، الآتي: قيمة (كا²)، المحسـوبة أكبر من الجدولية؛ مما يــدل على وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مســتوي الدلالة (0.01)، وبالتالي نرفــض الفرضية الصفرية الرابعة، ونقبل البديلة؛ مما يدل على أن المحتوى الرياضي لقرر الجبر المجرد (2)، لا يراعي التوازن في تنمية أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، فيركز على بعض الطرق: طريقة البرهان بالاستنتاج، وطريقة البرهان بالاستقراء الرياضي، وطريقة البرهان بالمثال المضاد، والتناقض، والمعاكس الإيجابي، بنسبة (93.61 %)، بينما أهمل الطرق الأخرى (النفي، اسـتنفاذ الحالات، الطريقة العكسـية، استبدال المتغير، والتوافق بالفكرة)، حيث بلغت النسبة لها (6.39 %) وهي نسبة صغيرة جدا مقارنا بالنسبة السابقة، وتتفق هذه النتيجة مع نتائج بعض الدراســات الســابقة (الحداد، 2021؛ صــالح، 2008؛ متولى، 2006؛ محمــد، 2000) في وجود فروق دالة إحصائيا بين أســاليب البرهان والنجــاح في تعلم الرياضيات، ويؤكد

كل من جروان (1999) وقطامي وآخرون (2002) وسعادة (2006) أن التعلم ذو المعنى لا يتحقق إذا كان بناء المادة يفتقر إلى الوضوح والثبات والتنظيم والربط بالمادة التعليمية الجديدة ؛ لأن ذلك يمكن أن يعوق المتعلم عن الاحتفاظ بالمادة وقدرته على الاستدعاء. وبذلك تم التحقق من الفرضية الرابعة من فرضيات البحث الحالى.

#### 10. النتائج ومناقشتها لتحقيق الفرضية الخامسة:

تحقيق الفرضية الخامسة، والتي نصت على: "لا توجد فروق دالة إحصائيا بين أوزان أساليب البرهان الرياضية، والأوزان التي تضمنها محتوى مقررات الرياضية، والأوزان التي تضمنها محتوى مقررات الرياضيات الحالية للطلبة المعلمين".

الجـدول (12) الآتي يوضح قيم مربع كاي لدلالة الفروق بين الأوزان الملاحظة والمتوقعة، لأسـاليب البرهـان الرياضي والمنطق وطرائقها، لمحتـوى مقررات الرياضيات للطلبة المعلمـين في كلية التربية بجامعة صنعاء.

جدول (12)؛ مدى التطابق بين التكرارات الملاحظة والمتوقعة لأساليب البرهان والمنطق للمقررات الرياضية ككل

المجموع	لعكسي	ي الناقد ا	ان التقويم	البره			غيرالمباشر	البرهان			,	برهان المباشر	<u></u>	المقرر	
الكلي	مج برهان	التوافق	استبدال	الطريقة	المجموع	المعاكس	التناقض	المثال	مج	الاستقراء	استنفاذ	الاستنتاج	طريقة		
	تقويمي	بين	المتغير	العكسية	غير	الايجابي		المضاد	برهان		الحالات	والتعدي	النفي		
		الفكر			المباشر				مباشر						
1072	0	0	0	0	183	38	103	42	889	126	39	706	18	الملاحظة	المقررات
1072	321.6	107.2	107.2	107.2	321.6	107.2	107.2	107.2	428.8	107.2	107.2	107.2	107.2	المتوقعة	ککل
3871.8	321.6	107.20	107.2	107.2	84.49	44.67	0.16	39.66	3465.7	3.30	43.39	3344.8	74.22	عسوبة	کا <sup>2</sup> الح

يتضح من الجدول (12)، الآتي: قيمة (25) المحسوبة أكبر من الجدولية؛ مما يدل على وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة (0.01)، وبالتالي نرفض الفرضية الصفرية الخامسة، ونقبل البديلة؛ مما يدل على أن المحتوى للمقررات الرياضية ككل لا تحقق تنمية أساليب البرهان الرياضي والمنطق وطرائقها، فنركز على بعض الطرق (البرهان بالاستنتاج والتعدي، البرهان بالاستقراء الرياضي، البرهان بالتناقض، حيث بلغت نسبتها  $(87.25\,\%)$ ، وتهمل الطرق الأخرى؛ البرهان بالستنفاذ الحالات، والبرهان الاستقراء الرياضي، والبرهان المناد، والبرهان بالتناقض ، والبرهان المعاكس الإيجابي ، وبرهان الطريقة العكسية، وبرهان استبدال المتغير، وبرهان التوافق بين الفكرة، حيث تراوحت النسبة لها بين (صفر–  $3.64\,\%$ ) من المجموع الكلي وهي نسبة صغيرة جدا مقارنة بالسابقة.

يتبين من النتائج، إهمال المقررات بدرجة كلية لتنمية بعض طرق البرهان الرياضي، حيث لوحظ عدم توجيه المتعلم من القيام باتخاذ قرار صائب بشأن ما تم التوصل إليه من قبل، أو من قبل الآخرين من نتائج أو مبادئ وقوانين وحلول لمسائل رياضية قيد البحث أو الاستقصاء، ومعرفة الخطوات الصائبة أثناء الحل، فلم يتضمن المحتوى أي سؤال أو مثال أو برهان يناقش صحة خطوات البرهان أو يقدم رؤية نقدية لحلول معطاف، وإنما اعتمد بناء المحتوى على صورة التلقين المباشر، من خلال تقديم المعرفة الرياضية وحلول الأمثلة والمسائل بطريقة مباشرة، دون الاهتمام بمقارنة القضية موضوع المناقشة بمعيار أو محك يتم من خلاله الوصول إلى إصدار حكم في ضوء الفحص والتقويم والمقارنة، حتى إنه لم يتم إصدار حكم أو اتخاذ قرار مشابه لقرار أو قانون سابق تعلمه الطلبة، بهدف تنمية طريقة التفكير والنقد أو التقويم. وتتفق بعض نتائج البحث الحالي مع بعض نتائج الدراسات السابقة مثل دراسة كل من متولي (2006)، ومحمد (2000)، ومحمد (2000)، في وجود فروق دالة إحصائيا بين أساليب البرهان والنجاح في تعلم الرياضيات، وبذلك تم التحقق من الهرضية الخامسة من فرضيات البحث الحالي. وبناء على ما تقدم يكون الباحث قد تحقق من أهداف البحث الحالي، وتم التحقق من اختبار فرضياته.

## الاستنتاجات والتوصيات والمقترحات:

#### أولا: الاستنتاجات:

- في ضوء ما أسفرت عنه نتائج البحث الحالي، يمكن استنتاج الآتي:
- يوجــد قصور في المقـررات الرياضية، للطلبة المعلمين في كلية التربية بجامعة صنعاء، في الشـمولية لأساليب البرهان الرياضي والمنطق، وبالتالي قصورها في تنمية التفكير والإبداع لدى الطلبة المعلمين للرياضيات.
- هنــاك ضرورة، لتطوير مناهج ومقــررات الرياضيات، لاعداد معلم الرياضيــات بكلية التربية، وفقا لشـموليتها لأساليب البرهان الرياضي، وتنمية أسـاليب التفكير الرياضي والإبداع الرياضي والعام، وحل المشكلات، بما يجعلها تحقق نمو التفكير والإبداع الرياضي والعام لدى الطلبة المعلمين.

#### ثانيا: التوصيات:

- في ضوء ما أسفرت عنه نتائج البحث الحالى، يمكن تقديم التوصيات الآتية:
- الاهتمام بالتقويم المنظومي لمقررات الرياضيات في كلية التربية بجامعة صنعاء.
- إعادهٔ النظر في بناء وتقويم المقررات الدراسية والاختبارات التحصيلية لاعداد المعلم بكلية التربية في ضوء معايير تقويمية معتمده.
- تطويسر مقسررات الرياضيات للطلبة المعلمين في ضوء أسساليب البرهان الرياضي والمنطق والمدخل المنظومي.
- التأكيــد على الاهتمــام بتنمية التفكير والإبداع لدى الطلبة المعلمين مــن خلال تعليم وتعلم المحتوى المعرفي، مما قد يؤدي إلى انتقال أثر التعلم لدى الطلبة.
- تدريب الطلبة المعلمين، على أساليب تعليم وتعلم جديده تركز على التفكير والإبداع حتى يمكن التحول من ثقافة الذاكرة التي تهتم بالحفظ، إلى ثقافة التفكير والابداع، التي تركز على توظيف العمليات العقلية والمعرفية.
- ضرورة الاهتمام بإعداد المحتوى العلمي لمادة الرياضيات بأسلوب يساعد على إنماء القدرات الإبداعية لدى المتعلم.
- تدريب الطلبة المعلمين على تنمية قدراتهم على تقسويم أفكارهم والحكم عليها من خلال أسساليب البرهان والمنطق وطرائقها، بتوجيه من أساتنتهم من خلال المقررات الـتي تدرس بكليات التربية، وتضمين المحتوى أمثلة ومشكلات، والتنوع في الأسئلة. حتى ينتقل أثر التدريب من معلمي المستقبل إلى الطلبة الذين هم الفئة المستهدفة من وراء ذلك.
- تقــويم المقررات للرياضيات وفقا لأســاليب التفكير الرياضي (الاســتقرائي والاســتنتاجي، والتأملي، والعلاقى، ولمنظومى، والاستراتيجي، والناقد، والإبداعي).
- إدخال مقرر للطلبة المعلمين، ذي علاقة بأساليب التفكير والبرهان وحل المسكلة وتاريخ الرياضيات، وخطوات تفكير العلماء للتوصل إلى برهان نظرياتهم.

### مقترحات البحث:

#### يقترح الباحث القيام بالدراسات المستقبلية الأتية:

- إجراء دراسات تحليلية تقويمية ومقارنة لمدى تأثير مقررات ومناهج التعليم الجامعي والعام في مراحل دراسية مختلفة، في ضوء الشمولية لأساليب التفكير وطرائقها، وقدرتها على تنمية الإبداع لدى الطلبة، ووفقا للمعايير التقويمية المتبعة في البحث الحالي ومعايير اخرى.
- دراســة فاعلية وكفاءه مدى اسـتخدام مهارات التدريس الإبداعي خلال تدريس القررات الجامعية، والتعرف على المعوقات من وجهه نظر أعضاء هيئة التدريس والطلبة المعلمين.

## المراجع:

- إبراهيم، مجدى عزيز (2007)، منظومة التربية في الوطن العربي، الواقع الحالي والمستقبل المأمول، عالم الكتب، القاهرة.
  - إبراهيم، مجدى عزيز (2009)، التفكير الرياضي وحل المشكلات، القاهرة: عالم الكتب.
- أبو جادو، صالح محمد (2004)، تطبيقات عملية في تنمية التفكير الإبداعي باستخدام نظرية الحل الابتكاري للمشكلات، الأردن، عمان: دار الشروق للنشر والتوزيع.
- أبو ســـتة، فريال عبــده (2011)، أثر برنامج مقترح لتنمية الذاكــرة البصرية في الرياضيات على مهارات حل المشكلات الهندسية وتقدير الذات لدى ذوي صعوبات التعلم من طلاب المرحلة الإعدادية، مجلة تربويات الرياضيات، 14، 6-38.
  - أبو عميرة، محبات (2002)، الإبداع في تعليم الرياضيات، القاهرة: مكتبة الدار العربية للكتاب.
    - الأعسر، صفاء (2007)، الإبداع في حل المشكلات (ط2)، الرياض: دار الزهراء.
- الباقر، نصرة رضا (1996)، تقويم امتحانات الثانوية العامة في الرياضيات بدولة قطر، حولية كلية الباقرينة، 14 (14)، 21-59.
- بل، فريدريك. ه.. (1987)، طرق تدريس الرياضيات (ط2)، ترجمة محمد أمين المفتي، وممدوح محمد سليمان، مراجعة وليم تاوضروس عبيد، القاهرة: الدار العربية للنشر والتوزيع.
- البنا، مكة عبد المنعم (2007)، فعالية وحدة مقترحة في الهندسة الكسورية لطلاب كلية التربية وأثرها على التفكير الإبداعي والاتجام نحو الرياضيات، المؤتمر العلمي السابع حول الرياضيات للجميع، 17-18 يوليو، دار الضيافة، جامعة عين شمس.
- البنا، مكة عبد المنعم (2011)، برنامج قائم على الخبرات العالمية وأثره على التحصيل والانجاه نحو الرياضيات لدى طلاب الصف الأول الثانوي، مجلة تربويات الرياضيات، 14، 120-164.
  - بوليا، جورج (1968)، البحث عن الحل، ترجمة أحمد سليم سعيدان، بيروت: مكتبة الحياة.
- بون، إيدوارد دي (2007)، كيف يعمل العقل؛ إبداعيا- منطقيا- رياضيا، ترجمة مجدى عبد الكريم حبيب، القاهرة: دار الفكر العربي.
- بيومي، سامية حسنين عبد الرحمين (2005)، تقويم مقررات الرياضيات بالمرحلة الثانوية في ضوء احتياجات المواد العملية بالثانوية العامة والكليات العلمية، المؤتمر العلمي الخامس حول التغيرات العالمية والتربوية وتعليم الرياضيات، 20-21 يوليو، نادي أعضاء هيئة التدريس، كلية التربية، جامعة بنها، مصر.
- جروان، فتحي عبد الرحمن (1999)، تعليم التفكير؛ مفاهيم وتطبيقات، الإمارات العربية المتحدة، العين: دار الكتاب الجامعي.
- الجندي، حسن عوض حسن (2011)، التمثيلات الرياضية : مدخل لتنمية القدرات الرياضية في رياضيات المرحلة الابتدائية، مجلة تربويات الرياضيات، 14، 6-66.
- الحداد، فوزي عبدالله خالد (2009)، فاعلية برنامج مقترح في التفاضل والتكامل قائم على أساليب التفكير الرياضي في تنمية الإبداع لدى طلاب كلية التربية بجامعة صنعاء (أطروحة دكتوراه)، جامعة أسيوط، مصر.
- الحداد، فوزي عبدالله خالد (2021)، تقويم محتوي مقرر أساسيات البحث العلمي للطلاب المعلمين بكلية التربية جامعة صنعاء، مجلة جامعة اليمن، 6، 8-48.
- الرياشي، حمزة عبد الحكم، والباز، عادل إبراهيم (2001)، برنامج مقترح في التقدير التقريبي والحساب النذهني لنواتج العمليات الحسابية وتأثيره على تنمية الحس العددي والتفكير الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، مجلة تربويات الرياضيات، 3، 65-207.

- ريان، فكرى حسن على، كاظه، معصومة محمد، الديب، فتحي عبد المقصود، وأبو عبلام، رجاء محمود (1994)، تقويم نماذج أسئلة المواد الدراسية بالتعليم الثانوي العام 1990/ 1991، إشراف ومراجعة فؤاد ابو حطب وامينة كاظم، دراسـة مقدمة إلى قسم بحوث الامتحانات، المركز القومي للامتحانات والتقويم التربوي، جمهورية مصر العربية.
- السبيعي، خالد بن صالح المرزم (2009)، اتجاهات أعضاء هيئة التدريس نحو ممارســة أساليب التدريس الفعالة ومتطلبات استخدامها في جامعات دول مجلس التعاون لدول الخليج العربي، مجلة رسالة الخليج العربي، 30 (113)، 13-73.
  - سعادهٰ، جودت أحمد (2006)، تدريس مهارات التفكير، عمان، الأردن: دار الشروق للنشر.
- سـعيد، ردمان محمد، عبدالحميد، عبدالناصر محمد، والشلهوب، سحر بنت عبدالعزيز (2011)، مصفوفة المدى والتتابع لمادهُ الرياضيات للصفوف (1-8) وفق سلســلة ماجروهل"McGraw-Hill في المملكة  $\mu$ العربية السعودية: دراسة تحليلية، المؤتمر العلمي الحادي عشر حول واقع تعليم وتعلم الرياضيات: مشكلات وحلول ورؤى مستقبلية، 19-20 يوليو، دار الضيافة، جامعة عين شمس، مصر.
- السعيد، رضا مسعد، وعبدالحميد، ناصر السيد (2010)، توكيد الجوده في مناهج التعليم، الإسكندرية: دار التعليم الجامعي.
- سـليم، أبو هاشــم عبد العزيز (2005)، فعالية وحــدة قائمة على التكامل بين تاريــخ الرياضيات وطرق تدريس الرياضيات في ضوء المدخل المنظومي على تنمية التحصيل الأكاديمي والأداء التدريسي لدي طلاب الفرقة الثالثة بكلية التربية شعبة ابتدائي رياضيات، المؤتمر العلمي الخامس حول التغيرات العالميــة والتربوية وتعليم الرياضيات، 20-21 يوليو، نادي أعضــاء هيئة التدريس، كلية التربية، جامعة بنها، مصر.
- سـيد، أحمد محمد (2005)، مهارات البرهـان الرياضي لدى الطلاب المعلمين بشـعب الرياضيات في كليات التربيــة: دراســة تشـخصية، المؤتمر العلمــي الخامس حول التفــيرات العالميــة والتربوية وتعليم الرياضيات، 20-21 يوليو، نادي أعضاء هيئة التدريس، كلية التربية، جامعة بنها، مصر.
- السيد، رضا أبو علوان، ورفعت، إبراهيم (2007)، استخدام استراتيجية العصف الذهني لتنمية مهارات تكوين المشكلات والابتكارية الرياضيات لدى طلاب الحلقة الثانية من التعليم الأساسي، مجلة تربويات الرياضيات، 10، 72–116.
- سيف، خيرية رمضان (2005)، فعالية الألغاز الرياضية في تنمية التفكير الابتكاري والاتجاه نحو الرياضيات لدى طالبات المرحلة المتوسطة بدولة الكويت، مجلة دراسات الخليج والجزيرة العربية، .83-51 (117)
- صالح، ماهر محمد (2008)، أثر استراتيجية مقترحة للبحث عن نمط للحل في تنمية مهارات البرهان الهندســـي وخفض القلق منه لدى تلاميذ الصف الثاني الإعــدادي، *مجلة تربويات الرياضيات، 1*1، .168-141
- طعيمة، رشدي أحمد عبد الله (2004)، تح*ليل المحتوى في العلوم الإنسانية*، القاهرة: دار الفكر العربي. عبــد الحكيم، شــيرين صلاح (2005)، فعالية اســتخدام نموذج ويتلى للتعلم البنائــي في تنمية التحصيل والتفكير الرياضي لدى طلاب الصف الأول الثانوي في مادهُ الرياضيات، مجلة تربويات الرياضيات، .178-127 .8
- عبدالغفار، هشام عبد العزيز (2005)، فعالية برنامج مقترح قائم على نموذج الثالوث الاثرئي على تنمية الإبداع الرياضي لدى الطلاب الفائقين بالمرحلة الثانوية (أطروحة دكتوراه)، جامعة المنوفية، مصر. عبيد، وليم (2009)، *اســــــراتيجيات التعليم والتعلم في ســياق ثقافة الجودة*، عمان، الأردن: دار المســيرة للنشر والتوزيع.

- عبيد، وليم، المفتي، محمد، وايليا، سمير (2000)، تربويات الرياضيات، القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية. عبيدة، ناصر السيد عبدالحميد (2011)، استخدام أستوديو التفكيرية تدريس الرياضيات لتنمية عادات العقل المنتج ومستويات التفكير التأملي لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي، مجلة دراسات في المناهج وطرق التدريس، (173)، 101-147.
- غثيم، أحمد صائح (2012)، تحليل كتب الرياضيات للصفوف من الخامس إلى الثامن من التعليم الأساسي فثيم، أحمد صائح وفقاً لمعايير الاختبار الدولي (TIMSS, 2007) (رسالة ماجستير غير منشورة)، جامعة صنعاء، اليمن.
- فخرو، عائشة أحمد سلطان، المالكي، بدرية سعيد، والأكرف، مباركة صالح (2013)، برنامج تدريبي مقترح لتنمية مهارات إعداد أدوات تقييم مخرجات التعلم في ضوء المعايير المهنية للمعلمين بدولة قطر، المجلة التربوية، 27(106)، 182–182.
- قطامي، يوسف، أبو جابر، ماجد، وقطامي، نايقة (2002)، تصميم التدريس ( $40^2$ )، عمان، الأردن: دار الفكر للطباعة والنشر والتوزيع.
- متولي، علاء الدين سعد (2006)، فعالية استخدام مداخل البرهنة غير المباشرة في تنمية مهارات البرهان البرهان الرياضي الرياضي واختزال قلق البرهان وتحسين مهارات التواصل الرياضي لدى الطلاب معلمي الرياضيات، مجلة تربويات الرياضيات، 9، 169-250.
- متولي، علاء الدين سعد، الطحاوي، خلف حسن، وقسطانيان، جورج أنترانيك (2007)، فعالية تصميم نظام برنامجي تدريبي باستخدام الحاسوب للتمكن من الأهداف السلوكية لدى طلاب كليات التربية شعبتي اللغة العربية والرياضيات، مجلة تربويات الرياضيات، 10، 191-222.
- محمد، حفني إسماعيل (2000)، فعالية إكساب الطلاب المعلمين الأسس المنطقية للبرهان الرياضي وأساليب البرهنة للمشكلات الهندسة في تنمية التفكير الإبداعي ومهارات تدريس الهندسة إبداعيا لديهم، مجلة تربويات الرياضيات، 3، 129-163.
- محمد، حفني إسماعيل (2005)، تعليم وتعلم الرياضيات بأساليب غير تقليدية، الرياض؛ مكتبة الرشد. محمد، صلاح عبد الحفيظ (2003)، القدرة على التفكير المنطقي القائم على قواعد المنطق الرياضي وعلاقتها بالبرهان وحل المشكلات الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية؛ دراسة تحليلية، مجلة تربوبات الرياضيات، 6، 15-52.
- محمود، نصر الله محمد (2005)، (بما أن) تكوين معلم الرياضيات (إذن) والوصول إلى الجودة، المؤتمر العلمي الخامس حول التغيرات العالمية والتربوية وتعليم الرياضيات، 20-20 يوليو، نادي أعضاء هيئة التدريس، كلية التربية، جامعة بنها، مصر.
  - المطلس، عبده محمد (1997)، تحليل المناهج، صنعاء: دار المنار.
- معتوق، فتحية (2013)، مدى استخدام مهارات التدريس الإبداعي خلال تدريس المقررات في كليات البنات في البنات المعلمات، مجلة رسالة الخليج في جامعة أم القرى من وجهه نظر عضوات هيئة التدريس والطالبات المعلمات، مجلة رسالة الخليج العربي، 34 (127)، 79-121.
- المنصوري، عارف محمد (2020)، تقويم أسئلة الامتحانات النهائية لقسم الجغرافيا بكلية التربية جامعة عمران وفق تصنيف مارزانو وكيندال للأهداف التعليمية، مجلة جامعة الناصر، 1(6))، 292-292.
- المنوية، سعيد جابر (2002)، برنامج مقترح لتنمية الإبداع الرياضي لدى طلاب الصف الأول الثانوي، المؤتمر العلمي السنوي الثاني للجمعية حول البحث في تربويات الرياضيات، 4-5 أغسطس، جامعة عين شمس، القاهرة.
- موزلي، دافيد (2008)، أطر التفكير ونظرياته، ترجمة جابر عبدالحميد جابر، عمان، الأردن: دار المسيرة للنشر والتوزيع.

- ميخائيل، ناجي ديســقورس (2011)، عادات العقل المنتجة مدخلا لتطوير مناهج تعليم الرياضيات، المؤتمر العلمي الحادي عشــر حول واقع تعليم وتعلم الرياضيات: مشــكلات وحلول ورؤى مستقبلية، 19-20 يوليو، دار الضيافة، جامعة عين شمس، مصر.
- مينا، فايز مراد (2006)، قضايا في تعليم وتعلم الرياضيات، القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية. واعر، نجوى أحمد عبد الله (2005)، فعالية برنامج تدريبي للحل الإبداعي للمشكلات وأثره على تنمية أسلوب التفكير الإبداعي للدى طلاب كلية التربية (أطروحة دكتوراه)، جامعة أسيوط، مصر. والر، بروس إن (2008)، التفكير الناقد، ترجمة لميس فؤاد الحيي، عمان، الأردن: الأهلية للنشر والتوزيع.
- Almeida, D. (2003). Engendering proof attitudes: can the genesis of mathematical knowledge teach us anything?. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 34*(4), 479-488.
- Glas, E. (2002). Klein's model of mathematical creativity. *Science & Education*, 11(1), 95-104.
- Jones, K. (2000). The student experience of mathematical proof at university level. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 31(1), 53-60.
- Lee, W. (2000). The relationship between students' proof-writing ability and Van Hiele levels of geometric thought in a college geometry course (Doctoral dissertation). University of Northern Colorado, Greeley, Colorado
- Lin, F. L. (2005). Modeling students' learning on mathematical proof and refutation. In Proceedings of the 29<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 1, pp. 3-18), 10-15 July, Melbourne, Australia.
- Ross, J. A., Hogaboam-Gray, A., McDougall, D., & Bruce, C. (2002). The contribution of technology to the implementation of mathematics education reform: Case studies of Grade 1–3 teaching. *Journal of Educational Computing Research*, 26(1), 87-104.
- Stenger, C. L. (2000). *Characterization of university students' mathematical thinking* (Doctoral dissertation). University of Missouri, Kansas.
- Stylianides, A. J., Stylianides, G. J., & Philippou, G. N. (2005). Prospective teachers' understanding of proof: What if the truth set of an open sentence is broader than that covered by the proof?. *International Group for the Psychology of Mathematics Education, 4*, 241-248.

#### **Arabic References:**

Abdalghfar, Hisham Abdulaziz (2005). Faealiat barnamaj muqtarah qayim alaa namudhaj althaaluth alaithriaa alaa tanmiat al'iibdae alriyadii ladaa altullab alfayiqin bialmarhalat alththanawia (Otarawhat dukturaha), Jamieat Almunawfiati, Misr.

- Abdulhakim, Shyryn Salah (2005). Faealiat aistikhdam namudhaj wayatlaa liltaelum albinayiyi fi tanmiat altahsil waltafkir alriyadii ladaa tullab alsafi al'awal althaanawii fi madat alriyadiaati, *Majalat Tarbuiaat Alrayadayaat,* 8, 127-178.
- Abu Jadu, Salih Muhamad (2004). *Tatbiqat amaliat fi tanmiat altafkir al'iibdaeii biastikhdam nazariat alhali alaibtikarii lilmushkilati*, Al'urdun, Oman: Dar Alshuruq Lilnashr Waltawzie.
- Abu Omirat, Mahabat (2002). *Al'iibdae fi talim alriyadiaati*, Alqahrt: Maktabat Aldaar Alarabiat Lilkitab.
- Abu Stta, Firyal Abdu (2011). 'Athar barnamaj muqtarah litanmiat aldhaakirat albasriat fi alriyadiaat alaa maharat hal almushkilat alhandasiat wataqdir aldhat lada dhawyi sueubat altalum min tullab almarhalat al'iiedadiati, *Majalat Tarbuiaat Alrayadayaat, 14*, 6-38.
- Al'aesiru, Safa' (2007). Al'iibdae fi hali almushkilat (†2), Alriyad: Dar Alzhra'.
- Albana, Makat Abdulmuneim (2007). Faaliat wahdat muqtarahat fi alhindasat alkasuriat litalab kuliyat altarbiat wa'athariha alaa altafkir al'iibdaeii walaitijah nahw alriyadiaati, Almutamar Aleilmii Alssabie hawl Alriyadiaat Liljumiei, 17-18 Yuliu, Dar Aldiafat, Jamieat Ayan Shams.
- Albana, Makat Abdulmuneim (2011). Barnamaj qayim alaa alkhebrat alalamiat wa'atharih alaa altahsil walaitijah nahw alriyadiaat ladaa tullab alsafi al'awal althaanawii, *Majalat Tarbuiaat Alrayadyat, 14*, 120-164.
- Albaqir, Nasrat Rida (1996). Taqwim aimtihanat alththanawiat alamat fi alriyadiaat bidawlat Qatar, *Hawliat Kuliyat Altarbiat*, 14(14), 21-59
- Alhadad, Fawzi Abdallah Khalid (2009). Faeiliat barnamaj muqtarah fi altafadul waltakamul qayim alaa 'asalib altafkir alriyadii fi tanmiat al'iibdae ladaa tullab Kuliyat Altarbiat bi Jamieat Sana'a (Otrawhat dukturaha), Jamieat 'Asyut, Misr.
- Alhadad, Fawzi Abdallah Khalid (2021). Taqwim muhtawa muqarar 'asasiaat albahth aleilmii liltalab almuealimin bi Kuliyat Altarbiat Jamieat Sana'a, Majalat Jamieat Alyaman, 6, 8-48.
- Aljundi, Hasan Awad Hasan (2011). Altamthilat alriyadiaat: Madkhal litanmiat alqudrat alriyadiat fi riadiaat almarhalat alaibtidayiyati, *Majalat Tarbuiaat Alrayadayaat, 14*, 6-66.
- Almansuri, Arif Muhamad (2020). Taqwim 'asyilat alaimtihanat alnihayiyat laqasam aljughrafia bi Kuliyat Altarbiat Jamieat Amran wifq tasnif marzanu wakayndal lil'ahdaf altaelimiati, *Majalat Jamieat Alnaasir*, 1(16), 257-292.
- Almanufi, Saeid Jabir (2002). Barnamaj muqtarah litanmiat al'iibdae alriyadii ladaa tullab alsafi al'awal althaanawii, Almutamar Aleilmii Alsanawii Alththani Liljameiat hawl Albahth fi Tarbuiaat Alriyadiaati, 4-5 Ughstus, Jamieat Ayan Shams, Alqahirat.

- Almatlis, Abduh Muhamad (1997). Tahlil almanahij, Sana'a: Dar Almanar.
- Alriyashi, Hamza Abdalhukam, wa Albazi, Adil 'librahim (2001). Barnamaj muqtarah fi altaqdir altaqribii walhisab aldhihnii linuatij alamaliat alhisabiat watathirah alaa tanmiat alhas aladadii waltafkir alriyadii ladaa talamidh almarhalat alaibtidayiyati, *Majalat Tarbuiaat Alrayadayaat, 3*, 65-207.
- Alsabiei, Khalid bin Salih Almurzim (2009). Aitijahat 'Aeda' hayyat altadris nahw mumarasat 'asalib altadris alfaeealat wamutatalabat aistikhdamuha fi jamieat dual Majlis Altaeawun Lidual Alkhalij Alarabii, *Majalat Risalat Alkhalij Alarabii*, *30*(113), 13-73.
- Alsayd, Rida 'Abu Alwan, Warifeat, 'librahim (2007). Istikhdam 'iistratijiat aleasf aldhihnii litanmiat maharat takwin almushkilat walaibtikar fi alriyadiaat ladaa tullab alhalqat alththaniat min altaelim al'asasii, *Majalat Turbuiaat Alrayadayaat, 10*, 72-116.
- Alsieayd, Rida Museid, wa Abdulhmid, Nasir Alsyd (2010). *Tawkid aljawdat fi manahij altalim*, Al'iiskandariati: Dar Altaelim Aljamiei.
- Bal, Faridrik. h. (1987). *Turuq tadris alriyadiaat* (t2), Tarjamat Muhamad 'Amin Almufti, wa Mamduh Muhamad Sulayman, Murajaeatan Wilyam Tawdrws Ubayd, Algahrt: Aldaar Alarabiat Lilnashr Waltawzie.
- Bawlya, Jurj (1968). *Albahth an alhali*, Tarjamat 'Ahmad Salim Saeidan, Biurut: Maktabat Alhayat.
- Biawmi, Samia Hasanayn Abdulrahman (2005). *Taqwim muqararat* alriyadiaat bialmarhalat alththanawiat fi daw' 'ihtyajat almawadi alamaliat bialthaanuiat alamat walkaliyaat aleilmiati, Almutamar Aleilmii Alkhamis hawl Altaghayurat Alalamiat Waltarbawiat Wataelim Alrayadiaati, 20-21 Yuliu, Nadi 'Aeda' Hayyat Altadris, Kuliyat Altarbiati, Jamieat Binha, Misr.
- Bun, 'lidward Di (2007). *Kayf yaemal alaql? 'ibdaeyaan mntqyaan ryadyaan*, Tarjamat Majdi Abdulkarim Habib, Alqahrt: Dar Alfikr Alarabi.
- Fakharu, Ayisha 'Ahmad Sultan, Almalki, Badaria Saiyd, wa Al'akrafi, Mubaraka Salih (2013). Barnamaj tadribiin muqtarah litanmiat maharat 'iiedad 'adwat taqyim mukharajat altaelum fi daw' almaeayir almihniat lilmuelimin bidawlat Qatar, *Almajalat Altarbiwiat*, *27*(106), 123-182.
- Ghuthim, 'Ahmad Salih (2012). *Tahlil kutib alriyadiaat lilsufuf min alkhamis 'iilaa alththamin min altaelim al'asasii fi alyaman wfqa limaeayir alaikhtibar alduwalii (TIMSS, 2007)* (Resalat majstayr ghyr minshurata), Jamieat Sana'a, Alyamn.
- 'librahim, Majdi Aziz (2007). *Manzumat altarbiat fi alwatan alarabii: Alwaqie alhalii walmustaqbal almamuli*, Alqahirat, Misr: Alam Alkutbi.
- 'librahim, Majdi Aziz (2009). *Altafkir alriyadia wahala almushkilati*, Alqahrt, Misr: Alam Alkutb.

- Jarwan, Fathi Abdulrihman (1999). *Taelim altfkyr: Mafahim watatbiqati*, Al'iimarat Alarabiat Almutahadati, Aleyn: Dar Alkitab Aljamiei.
- Mahmud, Nasr Allah Muhamad (2005). (Bma 'an) takwin muealam alriyadiaat ('iidhin) walwusul 'iilaa aljawdati, Almutamar Aleilmii Alkhamis hawl Altaghayurat Alalamiat waltarbawiat wataelim alrayadiaati, 20-21 Yuliu, Nadi 'Aeda' Hayyat Altadrisi, Kuliyat Altarbiati, Jamieat Binha, Misr.
- Matuq, Fatahia (2013). Madaa istikhdam maharat altadris al'iibdaeii khilal tadris almuqararat fi kaliat albanat fi Jamieat Um Alquraa min wajhah nazar udawat hayyat altadris waltaalibat almuealamati, *Majalat Risalat Alkhalij Alarabyi*, 34(127), 79-121.
- Mikhayiyl, Naji Disqwrs (2011). *Aadat aleaql almuntijat mdkhlaan litatwir manahij talim alriyadiaat*, Almutamar Aleilmii Alhadii Ashr hawl Waqie Taelim Watalum Alriyadiaata: Mushkilat Wahulul Warawaa Mustaqbiliat, 19-20 Yuliu, Dar Aldiyafat, Jamieat Ayan Shams, Misr.
- Mina, Fayiz Murad (2006). *Qadaya fi talim watalum alriyadiaati*, Alqahirt: Maktabat Al'anjilu Almisriat.
- Muhamad, Salah Abdulhafiz (2003). Alqudrat alaa altafkir almuntiqii alqayim alaa qawaeid almantiq alriyadii waealaqatiha bialburhan wahali almushkilat alriyadiat ladaa talamidh almarhalat al'iiedadiati: Dirasat tahliliatin, *Majalat Tarbuiaat Alrayadiaat*, 6, 15-52.
- Muhmad, Hafni 'lismaeil (2000). Faealiat 'iiksab altullab almuealimin al'usus almintaqiat lilburhan alriyadii wa'asalib albirhinat lilmushkilat alhandasiat fi tanmiat altafkir al'iibdaeii wamaharat tadris alhandasa 'ibdaeyaan ladayhim, *Majalat Tarbuiaat Alrayadayaat, 3,* 129-163.
- Muhmad, hafni 'lismaeil (2005). Taelim wataelam alriyadiaat bi'asalib ghyr taqlidiati, Alriyad: Maktabat Alrushd.
- Mutawli, Ala' Aldiyn Saed (2006). Faealiat istikhdam mudakhil albirhinat ghyr almubashirat fi tanmiat maharat alburhan alriyadii waikhtizal qalaq alburhan watahsin maharat altawasul alriyadii ladaa altullab muelimi alriyadiaati, *Majalat Tarbuiaat Alrayadayaat*, 9, 169-250.
- Mutuali, Ala' Aldiyn Saed, Altahawi, Khalaf Hasan, wa Qustanian, Jurj 'Untranik (2007). Faealiat tasmim nizam burnamajiin tadribiin biastikhdam alhasub liltamakun min al'ahdaf alsilukiat ladaa tullab kuliyaat altarbiat shubatay allughat alarabiat walriyadiaati, *Majalat Turbuiaat Alrayadayaat, 10*, 191-222.
- Muzli, David (2008). *'Otur altafkir wanazrayaatihi*, Tarjamat Jabir Abdulhamid Jabir, Oman, Al'urdun: Dar Almasirat Lilnashr Waltawzie.
- Qitami, Yusif, 'Abu Jabir, Majid, wa Qitami, Nayiqa (2002). *Tasmim altadris* (t2), Oman, Al'urdun: Dar Alfikr Liltabaeat Walnashr Waltawzie.

- Rayaan, Fekri Hasan Ali, Kazim, Ma'sumat Muhamad, Aldiyb, Fatahi Abdulmaqsud, wa 'Abu Alam, Raja' Mahmud (1994). Taqwim namadhii 'asvilat almawadi aldirasiat bialtaelim althaanawii alam 1990/1991. 'lishraf wamurajaeat Fuad 'Abu Hatb wa Amina Kazim, Dirasat mugadimat 'iilaa Qism Bihawth Alaimtihanati, Almarkaz Algawmii Lilaimtihanat Waltagwim Altarbuii, Jumhuriat Misr Alarabiati.
- Saeadat, Jawadat 'Ahmad (2006). Tadris maharat altafkiri, Oman, Al'urdun: Dar Alshurua Lilnashr.
- Saeid, Radman Muhamad, Abdulhmid, Abdulnasir Muhmed, wa Alshalhub, Sahar bint Abduleziz (2011). Masfufat almadaa waltatabue limadat alriyadiaat lilsufuf (1-8) wfq silsilat majruhl "McGraw-Hill" fi Almamlakat Alarabiat Alsaeudiati: Dirasa tahlilia, Almutamar Aleilmii Alhadii Ashr hawl Wagie Talim Wataelum Alriyadiaata: Mushkilat Wahulul Warawaa Mustagbiliat, 19-20 Yuliu, Dar Aldiyafat, Jamieat Ayan Shams, Misr.
- Saif, Khayria Ramadan (2005). Faealiat al'alghaz alriyadiat fi tanmiat altafkir alaibtikarii walaitijah nahw alriyadiaat ladaa talibat almarhalat almutawasitat bidawlat Alkuayt, Majalat Dirasat Alkhalij Waljazirat Alarabiat, (117), 51-83.
- Salih, Mahir Muhamad (2008). 'Athar 'iistratijiatan muqtarahatan lilbahth an namat lilhali fi tanmiat maharat alburhan alhandasii wakhafd algalag minh ladaa talamidh alsafi alththani al'iiedadii, Majalat Turbuiaat Alrayadayat, 11, 141-168.
- Salim, 'Abu Hashim Abdulaziz (2005). Faealiat wahdatan gayimatan alaa altakamul bayn tarikh alriyadiaat waturug tadris alriyadiaat fi daw' almadkhal almunzumii alaa tanmiat altahsil al'akadimii wal'ada' altadrisii ladaa tullab alfergat alththalithat bi Kuliyat Altarbiat shuebat aibtidayiy riadiat, Almutamar Aleilmiu Alkhamis hawl Altaghayurat Alealamiat Waltarbawiat Wataelim Alrayadiaati, 20-21 Yuliu, Nadi 'Aeda' Hayyat Altadrisi, Kuliyat Altarbiat, Jamieat Binha, Misr.
- Sayd, 'Ahmad Muhamad (2005). Maharat alburhan alriyadii ladaa altullab almuealimin bishieb alriyadiaat fi kulyat altarbiati: Dirasat tashkhasiati, Almutamar Aleilmii Alkhamis hawl Altaghayurat Alalamiat Waltarbawiat Wataelim Alrayadiaati, 20-21 Yuliu, Nadi 'Aeda' Hayyat Altadrisi, Kuliyat Altarbiati, Jamieat Binha, Misr.
- Taeimat, Rushdi 'Ahmad Abdullah (2004). Tahlil almuhtawaa fi alulum al'iinsaniat, Alaahrt: Dar Alfikr Alarabii.
- Ubayd, Walima, Almafti, Muhamad, wa Eylya, Samir (2000). Tarbawiaat alriyadiaati, Algahira: Maktabat Al'anjilu Almisriat.
- Ubayd, Wilyam (2009). Istiratijiaat altaelim waltaelim fi siag thaqafat aljawdati, Oman, Al'urdun: Dar Almasirat Lilnashr Waltawzie.

- Ubayda, Nasir Alsyd Abdulhmid (2011). Istikhdam 'astudiu altafkir fi tadris alriyadiaat litanmiat eadaat aleaql almuntaj wamustawayat altafkir altaamalii ladaa talamidh alsafi al'awal al'iiedadii, *Majalat Dirasat fi Almanahij Waturuq Altadrisi*, (173), 101-147.
- Waer, Najwaa 'Ahmad Abdullah (2005). Faealiat barnamaj tadribiin lilhali al'iibdaeii lilmushkilat wa'atharih alaa tanmiat 'uslub altafkir al'iibdaeii ladaa tullab Kuliyat Altarbia (Otarawhat dukturaha), Jamieat 'Asyut, Misr.
- Walri, Brus 'lin (2008). *Altafkir alnaaqida*, Tarjamatan Limays Fuad Alhayy, Oman, Al'ardun: Al'ahliat Lilnashr Waltawzie.